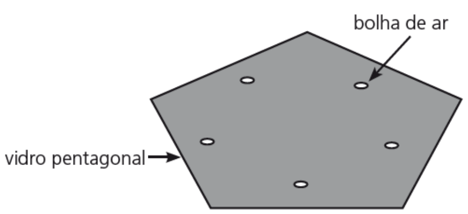
1. (Enem-PPL) Os consumidores **x**, **y** e **z** desejam trocar seus planos de internet móvel na tentativa de obterem um serviço de melhor qualidade. Após pesquisarem, escolheram uma operadora que oferece cinco planos para diferentes perfis, conforme apresentado no quadro.

Plano	Franquia	Preço mensal de assinatura	Preço por MB excedente
A	150 MB	R$ 29,90	R$ 0,40
B	250 MB	R$ 34,90	R$ 0,10
C	500 MB	R$ 59,90	R$ 0,10
D	2 GB	R$ 89,90	R$ 0,10
E	5 GB	R$ 119,90	R$ 0,10

Dado: 1GB = 1.024MB

Em cada plano, o consumidor paga um valor fixo (preço mensal da assinatura) pela franquia contratada e um valor variável, que depende da quantidade de MB utilizado além da franquia.
Considere que a velocidade máxima de acesso seja a mesma, independente do plano, que os consumos mensais de **x**, **y** e **z** são de 190 MB, 450 MB, 890 MB, respectivamente, e que cada um deles escolherá apenas um plano.
Com base nos dados do quadro, as escolhas dos planos com menores custos para os consumidores **x**, **y** e **z**, respectivamente são
A) A, C e C.
B) A, B e D.
C) B, B e D.
D) B, C e C.
E) B, C e D.

2. Um artesão foi contratado para ornamentar os vitrais de uma igreja em fase final de construção. Para realizar o serviço, ele precisa de pedaços triangulares de vidro, os quais serão cortados a partir de um vidro pentagonal, com ou sem defeito, que possui **n** bolhas de ar (n = 0, 1, 2, ...). Sabendo que não há 3 bolhas de ar alinhadas entre si, nem 2 delas alinhadas com algum vértice do pentágono, e nem 1 delas alinhada com dois vértices do pentágono, o artesão, para evitar bolhas de ar em seu projeto, cortou os pedaços de vidro triangulares com vértices, coincidindo ou com uma bolha de ar ou com um dos vértices do pentágono.



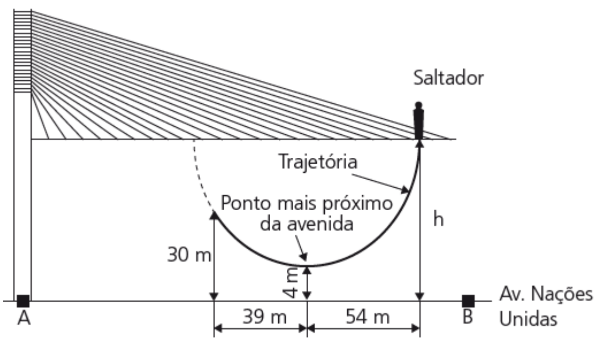
Nessas condições, determine a lei de formação do número máximo de triângulos (T) possíveis de serem cortados pelo artesão, em função do número (**n**) de bolhas de ar contidas no vidro utilizado.
A) T = 2n – 1
B) T = 2n
C) T = 2n +1
D) T = 2n + 3
E) T = 2n + 5

3. Boa parte dos jovens tem gosto por aventuras radicais.

Durante as últimas férias, um grupo se reuniu para ir a São Paulo com o objetivo de saltar de "*Bungee Jumping*" da Ponte Octávio Frias de Oliveira, geralmente chamada de "Ponte Estaiada".

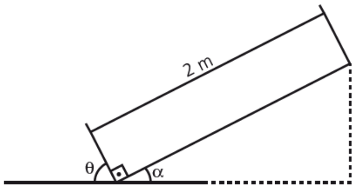
Em uma publicação na rede social de um desses saltos, esses jovens, querendo impressionar, colocaram algumas medidas fictícias da aproximação do saltador em relação ao solo. Considere que a trajetória que o saltador descreve possa ser modelada por uma função polinomial do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, cujo eixo das abscissas coincida com a reta $(\overleftrightarrow{AB})$ da Av. Nações

Unidas e o eixo das ordenadas contenha o "ponto mais próximo da Avenida", indicados na figura.
Considere, também, as medidas informadas.



A altura **h** em metros aproximada, à qual encontra-se o jovem saltador corresponde a:
A) 48
B) 50
C) 52
D) 54
E) 56

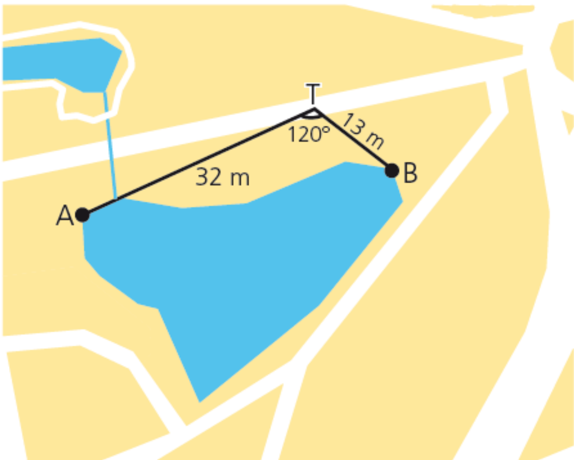
4. Uma cama de hospital, equipada com um ajustador hidráulico, move-se de acordo com um controle manual de subir e descer.



A altura **y** que a cama varia em função de θ é de

A) $y = 2 \operatorname{sen} \theta$
B) $y = 2 \operatorname{sen}\theta + 2$
C) $y = \operatorname{tg}\theta + 2$
D) $y = 2 \cos\theta$
E) $y = 2 \cos\theta + 2$

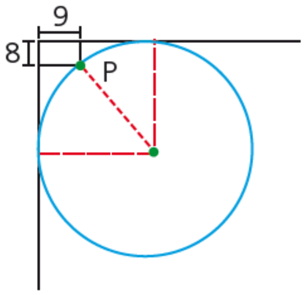
5. Ao coletar os dados para um estudo topográfico da margem de um lago a partir dos pontos A, B e T, um técnico determinou as medidas AT = 32 m; BT = 13 m e $A\hat{T}B = 120º$, representadas no esquema a seguir.



Qual é a distância aproximada, em metros, entre os pontos A e B, definidos pelo técnico nas margens desse lago? (Considere cos 120º = –cos 60º e sen 120º = sen 60º)

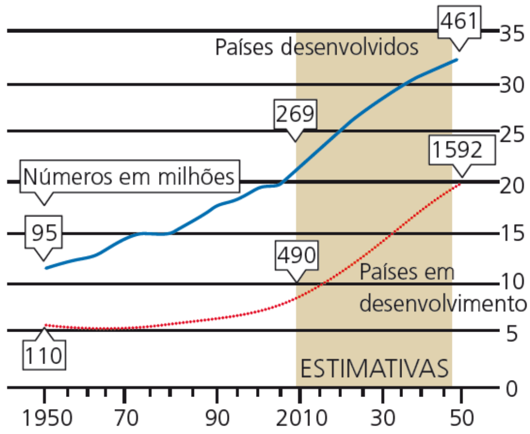
A) 30
B) 32
C) 35
D) 40
E) 43

6. Uma mesa circular foi empurrada contra a esquina de uma sala retangular de forma que o ponto P da circunferência está a 8 dm de uma parede e a 9 dm da outra, conforme a figura a seguir. Nessa situação, o raio da mesa, em dm, é igual a



A) 26
B) 27
C) 28
D) 29
E) 30

7. (Enem) A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou.
No gráfico seguinte são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950, havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.

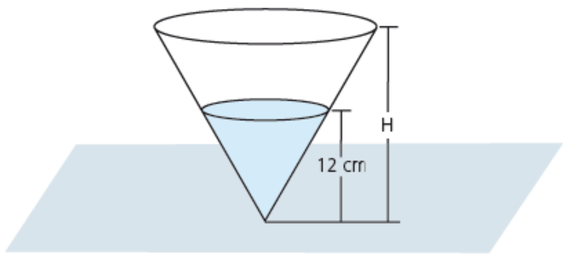


Perspectivas da População Mundial, ONU, 2009.

Suponha que o modelo exponencial $y = 363\, e^{0,03x}$, em que x = 0 corresponde ao ano 2000, x = 1 corresponde ao ano 2001 e, assim, sucessivamente, e que **y** é a população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento, entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre:

A) 490 e 510 milhões.
B) 550 e 620 milhões.
C) 780 e 800 milhões.
D) 810 e 860 milhões.
E) 870 e 910 milhões.

8. A figura a seguir representa um recipiente cônico com solução aquosa de hipoclorito de sódio a 27%. O nível desse líquido tem 12 cm de altura.



Para o preparo de um desinfetante, diluiu-se a solução inicial com água, até completar o recipiente, obtendo-se a solução aquosa do hipoclorito de sódio a 8%.

Esse recipiente tem altura H, em centímetros, equivalente a:

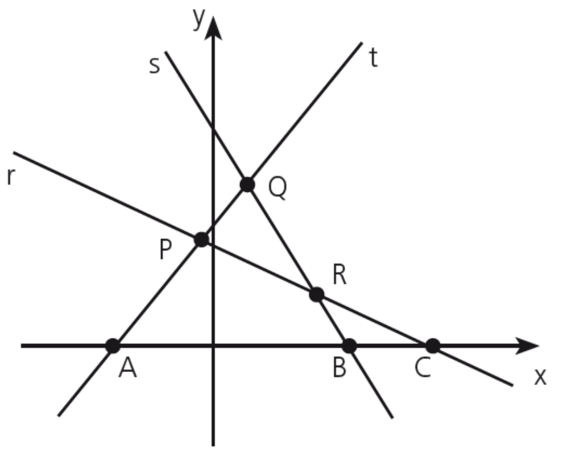
A) 16
B) 18
C) 20
D) 22
E) 24

9. Uma barra cilíndrica é aquecida a uma temperatura de 740 °C. Em seguida, é exposta a uma corrente de ar a 40 °C.
Sabe-se que a temperatura no centro do cilindro varia de acordo com a função

$$T(t) = (T_0 - T_{AR}) \cdot 10^{-\frac{t}{12}} + T_{AR}$$

sendo **t** o tempo em minutos, T_0 a temperatura inicial e T_{AR} a temperatura do ar. Com essa função, concluímos que o tempo requerido para que a temperatura no centro atinja 140 °C é dado pela seguinte expressão, com o log na base 10:
A) 12[log(7) – 1] minutos
B) 12[1 – log(7)] minutos
C) 12log(7) minutos
D) [1 – log(7)]/12 minutos
E) 7log(12) minutos

10. (Enem) Na figura estão representadas três retas no plano cartesiano, sendo P, Q e R os pontos de intersecções entre as retas, e A, B e C os pontos de intersecções dessas retas com o eixo **x**.



Essa figura é a representação gráfica de um sistema linear de três equações e duas incógnitas que
A) possui três soluções reais e distintas, representadas pelos pontos P, Q e R, pois eles indicam onde as retas se intersectam.
B) possui três soluções reais e distintas, representadas pelos pontos A, B e C, pois eles indicam onde as retas intersectam o eixo das abscissas.
C) possui infinitas soluções reais, pois as retas se intersectam em mais de um ponto.
D) não possui solução real, pois não há ponto que pertença simultaneamente às três retas.
E) possui uma única solução real, pois as retas possuem pontos em que se intersectam.

COMENTÁRIO

1.
Consumidor x (190 MB) irá pagar pelo plano A:
29,90 + (190 – 150) · 0,40 = 29,90 + 40 · 0,40 = 45,90
Consumidor x (190 MB) irá pagar pelo plano B:
34,90 + (0) · 0,40 = 34,90
Consumidor y (450 MB) irá pagar pelo plano B:
34,90 + (450 – 250) · 0,10 = 34,90 + 200 · 0,10 = 54,90
Consumidor y (450 MB) irá pagar pelo plano C:
59,90 + (0) · 0,10 = 59,90
Consumidor z (890 MB) irá pagar pelo plano B:
34,90 + (890 – 250) · 0,10 = 34,90 + 640 · 0,10 = 98,90
Consumidor z (890 MB) irá pagar pelo plano C:
59,90 + (890 – 500) · 0,10 = 59,90 + 390 · 0,10 = 98,90
Consumidor z (890 MB) irá pagar pelo plano D:
89,90 + (0) · 0,10 = 89,90
Resumindo:
O consumidor **x** optará pelo plano B.
O consumidor **y** optará pelo plano B.
O consumidor **z** optará pelo plano D.

Resposta: C

2. De posse de todas as restrições, podemos escrever:
T · 180 º – n · 360º = 540º (soma dos ângulos internos do pentágono).
Dividindo ambos os membros por 180º, obtemos:
T – 2n = 3 → T = 2n + 3

Resposta: D

3. $f(x) = ax^2 + bx + c$
b = 0 ⇒ parábola simétrica ao eixo **y**.
Pontos da parábola: (0, 4) e (–39, 30)
f(0) = c ⇒ c = 4

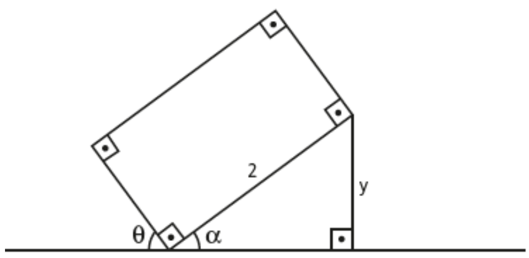
$f(-39) = 30 \Rightarrow a \cdot (-39)2 + 4 = 30 \Rightarrow a = \frac{26}{1521} = \frac{2}{117}$

Logo, tem-se: $f(x) = \frac{2}{117}x^2 + 4$

O saltador encontra-se no ponto (54, h), por conseguinte, substituindo-se na função, teremos:
$f(54) = \frac{2}{117}54^2 + 4 \to f(54) \cong 54\,m$

Resposta: D

4. No problema em questão, tem-se:

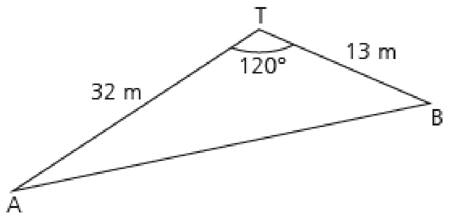


i) α + θ = 90° (complementares)

ii) $\text{sen}\,\alpha = \frac{y}{2} = \cos\theta \to y = 2\cos\theta$

Resposta: D

5.



Aplicando a Lei dos Cossenos, temos:

$$(AB)^2 = 13^2 + 32^2 - 2\cdot 13\cdot 32\cdot \cos 120^\circ$$

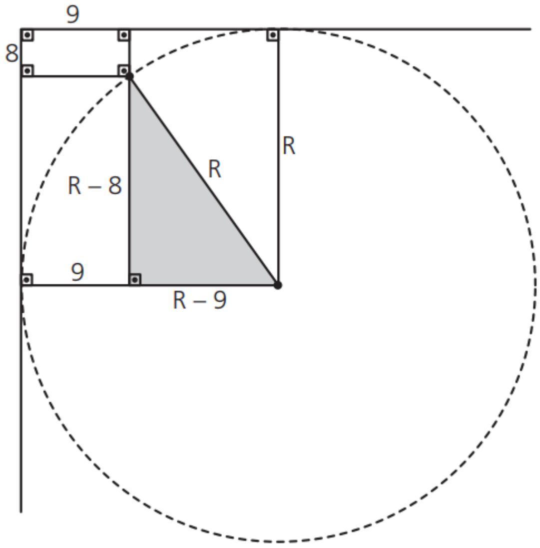
$$(AB)^2 = 169 + 1024 - 2\cdot 13\cdot 32\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$(AB)^2 = 1193 + 416$$

$$(AB)^2 = 1609 \therefore AB = \sqrt{1609} \cong 40\text{m}$$

Resposta: D

6. Ilustração



Pitágoras

$R^2 = (R - 8)^2 + (R - 9)^2 \Rightarrow R^2 - 34R + 145 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow R = \frac{34 \pm 24}{2}$$

Logo:

R = 29 dm ou R = 5 (não convém)

Resposta: D

7. $y = 363\cdot e^{0,03x.}$

Para 2030 (x = 30), teremos:

$$y = 363\cdot e^{0,03\cdot 30}$$

$$y = 363\cdot e^{\frac{3}{10\cancel{0}}\cdot 3\cancel{0}}$$

$$y = 363\cdot (e^{0,3})^3$$

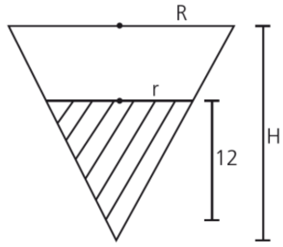
$$y = 363\cdot (1,35)^3$$

$$y \cong 363\cdot 2,46$$

$$y \cong 893 \text{ milhões}$$

Resposta: E

8.



I. Semelhança

$$\frac{r}{R} = \frac{12}{H} \rightarrow H = \frac{12R}{r}$$

II. Como a quantidade de hipoclorito no recipiente é constante.

$$\frac{27}{100}\cdot\left(\frac{\pi r^2\cdot 12}{3}\right) = \frac{8}{100}\cdot\left(\frac{\pi R^2 H}{3}\right)$$

$$27\cdot r^2\cdot 12 = 8\cdot R^2\cdot H$$

$$27\cdot r^2\cdot 12 = 8\cdot R^2\cdot \frac{12R}{r}$$

$$\frac{27}{8} = \frac{R^3}{r^3} \rightarrow \frac{R}{r} = \frac{3}{2} \rightarrow H = 18$$

Resposta: B

9.

$$T(t) = (740 - 40)\cdot 10^{-\frac{t}{12}} + 40$$

$$T(t) = 700\cdot 10^{-\frac{t}{12}} + 40$$

De T(t) = 140, temos:

$$700\cdot 10^{-\frac{t}{12}} + 40 = 140$$

$$7\cancel{00}\cdot 10^{-\frac{t}{12}} = 10\cancel{0}$$

$$10^{-\frac{t}{12}} = 7^{-1}$$

$$10^{\frac{t}{12}} = 7$$

$$\frac{t}{12} = \log(7) \therefore t = 12\cdot\log(7)$$

Resposta: C

10. O sistema formado em questão possui 2 incógnitas (**x** e **y**) e 3 equações, podendo ser representadas por:

$$\begin{cases} ax + by = c \Rightarrow (\text{reta } r) \\ dx + ey = f \Rightarrow (\text{reta } s) \\ gx + hy = i \Rightarrow (\text{reta } t) \end{cases}$$

em que **a**, **b**, **c**, **d**, **e**, **f**, **g**, **h** e **i** são constantes reais.

A solução do sistema deve satisfazer, simultaneamente, às 3 equações. O gráfico do enunciado ilustra os cruzamentos das retas tomadas 2 a 2, que são os pontos P, Q e R, cujas coordenadas representam as soluções de cada um desses sistemas de 2 equações.

Entretanto, não existe um único ponto sequer, que pertença às 3 retas simultaneamente, ou seja, não existe um ponto que atenda ao sistema de 3 equações mostrado anteriormente, não havendo solução real.

Resposta: D

SUPERVISOR/DIRETOR: DAWISON SAMPAIO – AUTORES: FABRÍCIO MAIA E TÁCITO VIEIRA
DIG.: SAMUEL – 03/07/20 – REV.: JARINA