

### Probabilidades, II

Cara(o) estudante, dando sequência à sua preparação para o ENEM e para sua futura vida acadêmica e profissional, continuamos o estudo da Teoria das Probabilidades e suas aplicações, um tópico essencial tanto no cotidiano quanto para as Ciências e Tecnologias. A Teoria das Probabilidades oferece descrições matemáticas para acaso e incerteza, nos vários aspectos da vida e da conhecimento.

Recomendamos uma boa revisão das operações com frações, já que probabilidades são, geralmente, expressas como razões entre dois números.

**Questão 1** (ENEM 2013, Caderno 7 - Azul, Segundo Dia, Questão 150, adaptada) Numa escola com 1 200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{5}{8}$
- C)  $\frac{1}{4}$
- D)  $\frac{5}{6}$
- E)  $\frac{5}{14}$

**Solução.** Dos 1.200 alunos da escola, 300 não falam nem inglês nem espanhol. Portanto,

$$1.200 - 300 = 900$$

falam inglês **ou** espanhol.

**Observação 1.** Este “ou” não tem o sentido comum da linguagem do dia-a-dia, quando dizemos “A ou B” signifi-

# MATEMÁTICA

## para o Enem

cando que, se A ocorre, B não ocorre, e vice-versa. Este “ou ” significa que A pode ocorrer, B pode ocorrer ou ambos podem ocorrer: tem, portanto, o mesmo sentido da união de conjuntos e expressa uma *disjunção lógica*.

Dos 900 alunos que falam pelo menos uma das línguas, 600 falam inglês e 500 falam espanhol, o que totaliza  $600 + 500 = 1.100$ , mais do que o total de 900. Como isto se explica?

O ponto é que quando dizemos ‘600 falam inglês’, contamos os que falam *apenas* inglês e os que falam inglês **e** espanhol. Da mesma forma, quando dizemos ‘500 falam espanhol’, contamos os que falam *apenas* espanhol e os que falam espanhol **e** inglês. Portanto, somando 600 e 500, estamos somando duas vezes o total de alunos que falam tanto inglês quanto espanhol: o número total desses alunos que falam as duas línguas é, portanto, dado por

$$600 + 500 - 900 = 1.100 - 900 = 200.$$

**Observação 2.** O “e” indica a chamada *conjunção lógica* e representa a intersecção de conjuntos: neste exemplo específico, a intersecção do conjunto dos alunos que falam espanhol e do conjunto dos alunos que falam inglês.

Em resumo, temos

Línguas faladas	Total de alunos
Apenas Espanhol	$500 - 200 = 300$
Apenas Inglês	$600 - 200 = 400$
Espanhol e Inglês	200
Nenhuma das duas	300
Total	1.200

A probabilidade de que um aluno, escolhido ao acaso, não fale inglês e fale espanhol é exatamente a probabilidade de que fale

# MATEMÁTICA

## para o Enem

apenas espanhol, isto é,

$$\frac{\text{quantidade de alunos que falam apenas espanhol}}{\text{quantidade de alunos que não fala inglês}} \\ = \frac{300}{400 + 200} = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}.$$

Deste modo, a alternativa correta é A).

**Solução alternativa.** Acabamos de calcular uma probabilidade *condicional*: qual a probabilidade de que um evento A ocorra, *sabendo-se* que B ocorreu? Neste caso que estudamos, temos

- a) A: o aluno fale espanhol;
- b) B: o aluno não fale inglês.

Denotamos esta probabilidade condicional por  $P(A|B)$ . Como nosso *universo* de alunos está restrito, diminuído para o conjunto de alunos que *não falam* inglês, temos

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Ora,

$$P(B) = \text{probabilidade de que o aluno não fale inglês} \\ = \frac{600}{1.200} = \frac{1}{2}$$

e

$$P(A \cap B) = \text{probabilidade de que o aluno} \\ \text{não fale inglês e fale espanhol} \\ = \text{probabilidade de que o aluno} \\ \text{fale apenas espanhol} \\ = \frac{300}{1.200} = \frac{1}{4}$$

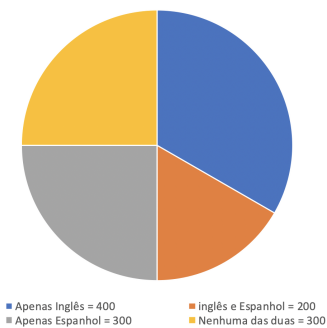
# MATEMÁTICA

## para o Enem

Assim,

$$P(A|B) = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}.$$

Podemos interpretar geometricamente a solução deste segundo problema: no seguinte gráfico de setores, os que falam apenas espanhol correspondem exatamente a um quarto da área total do círculo (na cor cinza, do lado esquerdo da figura).



Mas este quarto de círculo é *metade* do semicírculo que representa os que não falam inglês (a junção dos dois quartos de círculo nas cores amarela e cinza, do lado esquerdo da figura).