



MATEMÁTICA

para o Enem



Proporcionalidade & Não-Proporcionalidade

Cara(o) estudante, dando sequência à sua preparação para o ENEM e para sua futura vida acadêmica e profissional, continuamos com o estudo de variáveis e funções reais. Neste módulo, começamos discutindo um problema em que uma variável depende linearmente da outra, ou seja, em que as variações das duas variáveis são diretamente proporcionais. Apresentamos, para que você possa comparar e diferenciar as situações, outro problema em que uma variável depende *quadraticamente* da outra. Neste caso, as variações das variáveis não são diretamente proporcionais.

Questão 1 (ENEM 2013, Caderno 7 - Azul, Segundo Dia, Questão 155, adaptada) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3 . Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3 , cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente. A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser

- A) 2.
- B) 4.
- C) 5.
- D) 8.
- E) 9.

 **Solução.** Trata-se de um problema que envolve proporcionalidade: com 6 ralos, são necessárias 6 horas para que os 900 metros cúbicos do reservatório totalmente cheio possam escoar. Assim, em 1 hora, apenas, os seis ralos escoam

$$\frac{900}{6} = 150 \text{ metros cúbicos por hora.}$$



MATEMÁTICA

para o Enem



Portanto, por hora, *cada um* dos ralos permite escoar

$$\frac{150}{6} = 25 \text{ metros cúbicos por hora, por ralo.}$$

Assim, em 4 horas, um ralo, apenas, permite escoar $4 \times 25 = 100$ metros cúbicos. Logo, são necessários 5 ralos para escoar $500 = 5 \times 100$ metros cúbicos de água em 4 horas. Deste modo, a alternativa correta é C). ■

Solução alternativa. A quantidade Q de água escoada é *diretamente* proporcional ao tempo t de escoamento e ao número n de ralos. Isto quer dizer que a *razão*

$$\frac{Q}{t \times n}$$

é constante. Para o primeiro reservatório, temos

$$\frac{900}{6 \times 6} = \frac{900}{36} = 25 \text{ metros cúbicos por hora, por ralo.}$$

No caso do segundo reservatório, temos $Q = 500$, $t = 4$ horas. Resta determinarmos o número n de ralos necessário para manter a mesma razão, isto é,

$$\frac{500}{4 \times n} = 25.$$

Logo

$$\frac{500}{25} = 4 \times n.$$

Resolvendo esta equação, temos

$$n = \frac{500}{25 \times 4} = \frac{500}{100} = 5 \text{ horas.}$$

Questão 2 (ENEM 2011, Caderno 6 - Cinza, Segundo Dia, Questão 166, adaptada) Uma fábrica de fórmicas produz placas quadradas de lados de medida igual a y centímetros.



MATEMÁTICA

para o Enem



Essas placas são vendidas em caixas com N unidades e, na caixa, é especificada a área máxima S que pode ser coberta pelas N placas. Devido a uma demanda do mercado por placas maiores, a fábrica triplicou a medida dos lados de suas placas e conseguiu reuni-las em uma nova caixa, de tal forma que a área coberta S não fosse alterada. A quantidade X , de placas do novo modelo, em cada nova caixa será igual a:

- A) $\frac{N}{9}$
- B) $\frac{N}{6}$
- C) $\frac{N}{3}$
- D) $3N$
- E) $9N$

 **Solução.** Se a área S a ser coberta é a mesma, mas as placas quadradas aumentam de tamanho, o número de placas deve ser menor. A questão é saber *quantas vezes* menor. O aumento de tamanho das placas quadradas significa, precisamente, que a medida do lado passa de y metros para $3y$ metros, isto é, a medida do lado triplica. Assim, a *área* de cada placa passa de

$$y \times y = y^2 \text{ centímetros quadrados}$$

para

$$3y \times 3y = 9y^2 \text{ centímetros quadrados.}$$

Portanto, a área de cada placa quadrada aumenta 9 vezes e não apenas 3 vezes, como poderíamos pensar inicialmente. Logo, se a área S a ser coberta pelas placas é a mesma de antes, teremos 9 *vezes menos* placas cobrindo esta área. Ou seja, o número total de placas passa de N para $\frac{N}{9}$. A alternativa é a da letra A). ■

No primeiro exercício, as variáveis são *proporcionais* umas as outras: a quantidade Q de água escoada por um ralo é proporcional ao tempo t de escoamento, segundo uma *relação linear* da forma

$$Q = 25t.$$

Já no segundo exercício, a área S coberta por N placas quadradas cujos lados tem medida igual a y centímetros é dada por

$$S = Ny^2,$$

ou seja, a área S não é proporcional à medida y do lado, mas ao *quadrado* y^2 desta medida.

Materiais e Roteiros para Estudo

Se você quer revisar alguns assuntos ou técnicas que usamos aqui, recomendamos que leia e resolva os exercícios nos diferentes níveis dos seguintes módulos do Foco na Aprendizagem

- Razões e Proporções.
- Álgebra A.
- Álgebra B.

Os seguintes vídeos e materiais (Khan Academy, Portal da Matemática, vídeos do PAPMEM) podem ser bastante úteis também

- <https://pt.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-ratios-rates>
- <https://pt.khanacademy.org/math/math2/math2-quad-ratics>
- <https://portaldabmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=61>
- <https://www.youtube.com/watch?v=PeqER8NgP68>

Por fim, sugerimos algumas atitudes para o estudo deste material:

- Registre suas principais dúvidas e dificuldades.



MATEMÁTICA

para o Enem



- Observe atentamente os erros que possa ter cometido.
- Revise os materiais teóricos para sanar estes erros e dúvidas.
- Forme grupos de estudo (em suas redes sociais) para compartilhar dúvidas, ideais e progressos com seus colegas.
- Consulte sua professora ou professor.