CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

COLEÇÃO COMPONENTES ELETIVOS FUNDANTES

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

MATEMÁTICA - BÁSICA II

Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral do Ceará – EEMTI

Camilo Sobreira de Santana
Governador
Maria Izolda Cela de Arruda Coelho
Vice-Governadora
Eliana Nunes Estrela
Secretária da Educação
Maria Jucineide da Costa Fernandes
Secretária Executiva de Ensino Médio e Profissional
Ana Gardennya Linard Sírio Oliveira
Coordenadora da Educação em Tempo Integral
Denylson da Silva Prado Ribeiro
Articulador da Coordenadoria da Educação em Tempo Integral
Gezenira Rodrigues da Silva
Orientadora da Célula de Desenvolvimento da Educação em Tempo Integral

Elaboração e Acompanhamento

Equipe Técnica CEDTI:
Anna Karina Pacífico Barros
Daniela Bezerra de Menezes Gomes
Ellen Oliveira Lima Sandes
Jefrei Almeida Rocha
Maria Nahir BatistaFerreira Torres
Maria Socorro Braga Silva
Teresa Márcia Almeida da Silveira

Revisão: Ellen Oliveira Lima Sandes

Ilustrações e Capa: MRDezigner

Direito autoral do desenho e infografia: Freepik

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C691 Coleção componentes eletivos fundantes das EEMTI do Ceará: Matemática e suas tecnologias [recurso eletrônico] / Ana Gardennya Linard Sírio Oliveira, Jorge Herbert Soares de Lira, Denylson da Silva Prado Ribeiro (orgs.). - Fortaleza: SEDUC, 2021.

(Coleção componentes eletivos fundantes das EEMTI do Ceará v.2)

Livro eletrônico
ISBN 978-65-89549-05-5(E-book)

1. Matemática. 2. Tecnologia. I.Oliveira, Ana Gardennya Linard Sírio, org. II. Lira, Jorge Herbert Soares de, org. III.Ribeiro, Denylson da Silva Prado, org. IV. Título.

CDD: 510.07

APRESENTAÇÃO INSTITUCIONAL

A Secretaria da Educação do estado do Ceará, por meio da Coordenadoria de Educação em Tempo Integral e Educação Complementar (COETI), apresenta às Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral - EEMTI essa coleção de fascículos que abordam componentes eletivos que compõem a parte flexível do currículo.

A disponibilização desse material para as EEMTI tem como objetivos: I. Oferecer apoio pedagógico e didático aos professores que lecionam esses componentes eletivos. II. Oportunizar aos estudantes subsídios para o desenvolvimento de competências e habilidades nos itinerários escolhidos, a partir de seu Projeto de Vida, favorecendo a aquisição de novos conhecimentos, a ampliação da aprendizagem e o seu crescimento cognitivo e socioemocional.

A elaboração desses fascículos está vinculada às ementas do Catálogo dos Componentes Eletivos de 2021. Nessa primeira tiragem, foram selecionados alguns componentes eletivos fundantes, ou seja, que apresentam assuntos essenciais e contextualizados, capazes de gerar interesses de aprofundamento nos jovens, a partir das temáticas abordadas. Esses componentes estão relacionados às quatro áreas de conhecimento da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Linguagens e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da Natureza e suas tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas) e a uma unidade curricular de Formação Profissional.

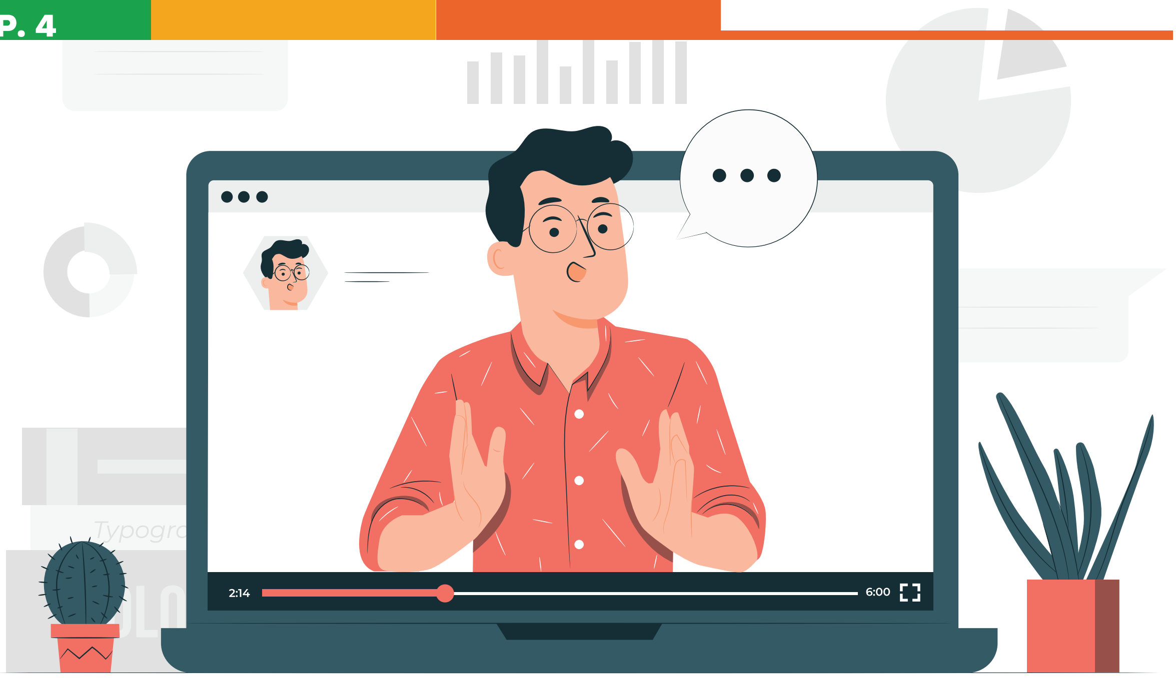
Volume 1: Linguagens e suas tecnologias

Volume 2: Matemática e suas tecnologias

Volume 3: Ciências da Natureza e suas tecnologias

Volume 4: Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Volume 5: Formação Profissional



MENSAGEM AO PROFESSOR

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), dez competências gerais devem ser desenvolvidas pelos estudantes ao longo do Ensino Médio. Na área de Matemática e suas Tecnologias, espera-se que todos possam conhecer e utilizar a linguagem matemática, bem como fazer uso dos seus códigos, símbolos, nomenclaturas e dos processos de desenvolvimento de pesquisas científicas e tecnológicas.

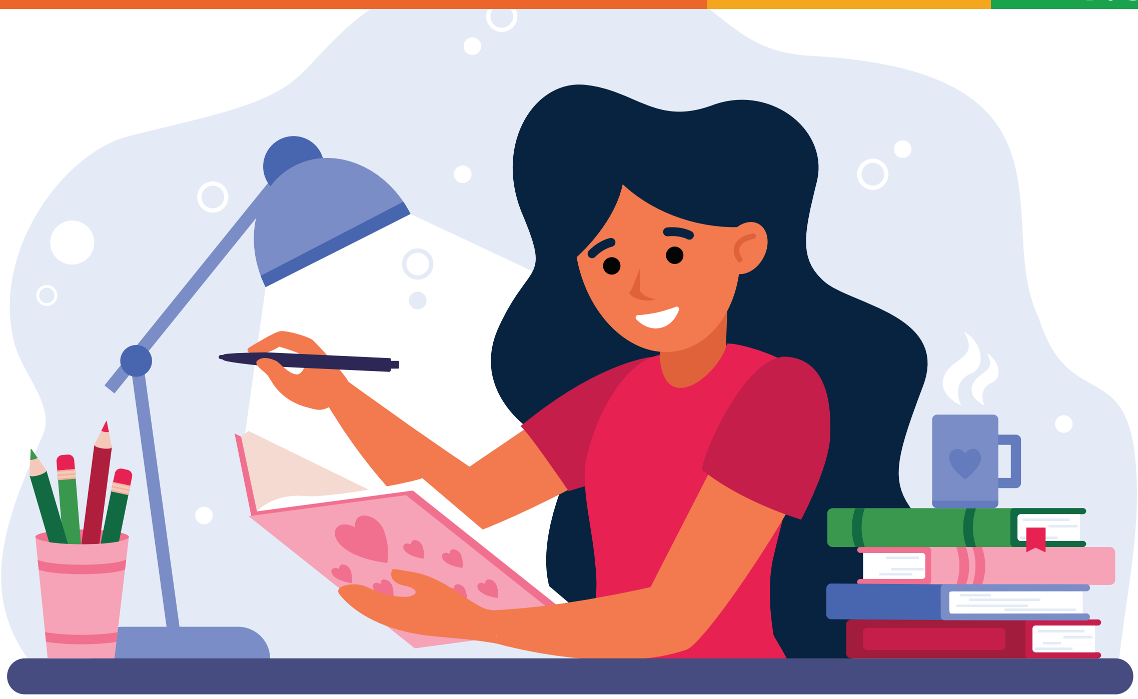
A Eletiva de MATEMÁTICA BÁSICA II tem como objetivo enfatizar a importância das quatro operações básicas da Matemática, das frações e da resolução de problemas por meio dos múltiplos e divisores comuns dos números. De modo mais formal as operações básicas, múltiplos e divisores, e frações apresentam os conceitos iniciais da Matemática, essenciais para o uso no dia a dia, para a aprendizagem **interdisciplinar** e também no uso de modelos matemáticos, na representação e, também, na análise de relações quantitativas de grandezas.

O fascículo está organizado da seguinte maneira: em primeiro lugar, uma explicação (OBSERVAÇÕES) a respeito do conteúdo abordado; logo após vêm os EXERCÍCIOS e, para finalizar, a SOLUÇÃO, de acordo com uma ou mais habilidades selecionadas da BNCC, ENEM e do SPAECE.

O fascículo encerra com a proposta de um simulado (EXERCÍCIOS PROPOSTOS) distribuído em 5 níveis, para ser realizado pelos alunos, a fim de que os conteúdos sejam amplamente revisados.

Esperamos, pois, que este fascículo contribua para enriquecer a sua prática pedagógica, auxiliando-o no planejamento das suas aulas e fortalecendo os processos de ensino e de aprendizagem.

Sucesso e boas aulas!



MENSAGEM AO ESTUDANTE

Parabéns por ter escolhido esta Eletiva para o seu currículo, pois ela fará diferença em sua vida ao lhe ajudar a ampliar seus conhecimentos sobre Matemática Básica II. Este conhecimento fez diferença para a Humanidade e pode fazer diferença em sua vida ajudando, entre outras coisas, a ampliar o domínio das operações básicas, das frações e a resolver problemas do cotidiano que utilizem esses conteúdos.

Ressalta-se que para a escolha de uma eletiva, faz-se necessário se autoconhecer, identificar os valores nos quais se sustentam o seu Projeto de Vida e como esses valores podem contribuir para o seu sucesso como pessoa e como cidadão.

Prepare-se para a viagem do conhecimento que, por meio da Matemática, fará você aprender a aplicar métodos e a desenvolver procedimentos científicos e práticos, para além da teoria. Algumas das experiências que você vai realizar aqui foram desenvolvidas por grandes escritores, cientistas, matemáticos e suas descobertas podem abrir muitas portas para sua formação profissional.

Ao final do fascículo, você vai encontrar os EXERCÍCIOS PROPOSTOS, eles estão organizados em 5 níveis e ajudarão a verificar o desenvolvimento da aprendizagem dos conteúdos estudados nesta Eletiva.

O objetivo é que este material o/a auxilie a exercer o protagonismo de modo que você identifique seus potenciais, interesses e paixões e estabeleça estratégias e metas para alcançar seus próprios objetivos em todas as dimensões. Logo, o presente material deve servir de apoio para se atingir esse objetivo.

Sucesso e bom estudo!

SUMÁRIO

UNIDADE 1

HABILIDADES DESENVOLVIDAS

Ao longo dessa Eletiva você terá oportunidade de desenvolver, mesmo que parcialmente, as habilidades do campo aritmético da **BNCC**, do **ENEM** e do **SPAECE.**

BNCC

(EF07MA08). Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

ENEM

H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

SPAECE

D16 – Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.

4 Operações Aritméticas com Frações

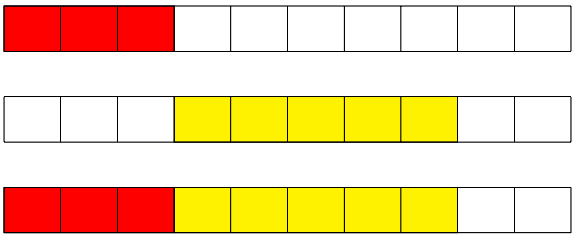
Com a introdução dos números fracionários, surgiu também a necessidade de fazer operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com esses números. Inclusive, você já deve ter encontrado diversas situações em seu cotidiano que envolvem operações com frações. Neste material, apresentaremos várias situações-problema cujas soluções remetem às operações com números fracionários. A partir daí, explicaremos os algoritmos utilizados para realizar tais operações.

4.1 – Adição e Subtração

Iniciamos com o seguinte problema:

> **Exercício 4.1** Os irmãos Alex e Bruno ganharam uma barra de chocolate de seu pai. Alex comeu $\frac{3}{10}$ da barra e Bruno comeu $\frac{5}{10}$ da barra. Que fração da barra os dois comeram juntos?

Solução. Observe a figura, onde estão representadas a barra (dividida em 10 partes iguais) e as frações comidas pelos irmãos.



$= \frac{3}{10}$

$= \frac{5}{10}$

$= \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{8}{10}$

Na barra de cima, estão pintadas de vermelho 3 das 10 partes, representando os $\frac{3}{10}$ da barra comidos por Alex. Na barra do meio, estão pintadas de amarelo 5 das 10 partes, representando os $\frac{5}{10}$ da barra comidos por Bruno. Na barra de baixo, juntamos as partes comidas por Alex e Bruno, totalizando 8 das 10 partes da barra. Portanto,

$$\frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{3+5}{10} = \frac{8}{10},$$

ou seja, Alex e Bruno comeram, juntos, $\frac{8}{10}$ da barra de chocolate. ■

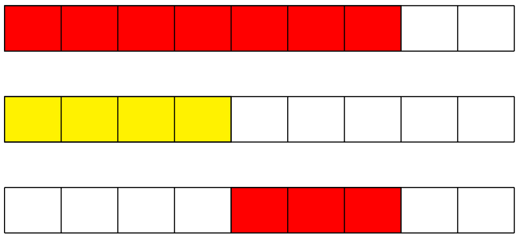
De modo geral, quando as frações têm um mesmo denominador, procedemos do seguinte modo para somá-las:

> **Adição de frações com um mesmo denominador:** a soma de duas frações que têm um mesmo denominador é a fração cujo numerador é a soma dos numeradores das duas frações e cujo denominador é o denominador (comum) das duas frações.

Agora, vamos modificar um pouco o exercício 4.1.

Exercício 4.2 Os irmãos Alex e Bruno ganharam uma barra de chocolate de seu pai. Alex e Bruno comeram, juntos, $\frac{7}{9}$ da barra. Se $\frac{4}{9}$ é a fração da barra comida por Alex, que fração corresponde à parte comida por Bruno?

Solução. Observe a figura abaixo, onde estão representadas a fração da barra (dividida em 9 partes iguais) comida em conjunto pelos dois irmãos e a fração comida por Alex.



$= \frac{7}{9}$

$= \frac{4}{9}$

$= \frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9}$

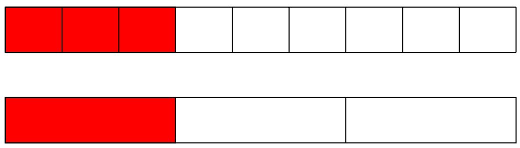
Na barra de cima, estão pintadas de vermelho 7 das 9 partes, representado os $\frac{7}{9}$ da barra que foram comidos pelos dois irmãos juntos. Na barra do meio, estão pintadas de amarelo 4 das 9 partes, representando os $\frac{4}{9}$ da barra comidos por Alex (sozinho). Na barra de baixo, subtraímos a parte comida por Alex (sozinho) da parte comida pelos dois irmãos juntos, mostrando que Bruno comeu 3 das 9 partes. Desse modo,

$$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{7-4}{9} = \frac{3}{9}.$$

Podemos, ainda, simplificar a fração $\frac{3}{9}$, dividindo numerador e denominador por 3:

$$\frac{3 \div 3}{9 \div 3} = \frac{1}{3}.$$

Assim, Bruno comeu, sozinho, $\frac{1}{3}$ da barra. A próxima figura traz uma representação geométrica para a simplificação acima. Antes de prosseguir, certifique-se de que você a entendeu.



$= \frac{3}{9}$

$= \frac{1}{3}$

■

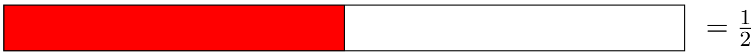
De modo análogo ao que foi feito no caso da adição, quando as frações têm um mesmo denominador, procedemos do seguinte modo para subtraí-las:

Subtração de frações com um mesmo denominador: a diferença entre duas frações que têm um mesmo denominador é a fração cujo numerador é a diferença entre os numeradores das duas frações e cujo denominador é o denominador (comum) das duas frações.

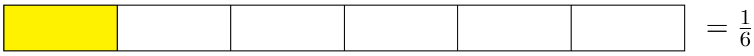
Os próximos dois exemplos trazem situações de adição e subtração de frações nas quais as frações envolvidas não possuem um mesmo denominador.

Exercício 4.3 Paulo contratou João para pintar o muro de sua propriedade. João pintou $\frac{1}{2}$ de um muro no primeiro dia de trabalho. No segundo dia, como teve de sair mais cedo para levar seu filho ao médico, João pintou apenas $\frac{1}{6}$ do muro. Que fração do muro João pintou nos dois primeiros dias de trabalho?

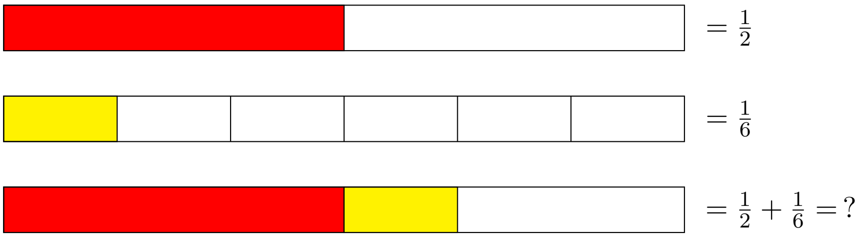
Solução. Representando o muro por uma barra, dividindo essa barra em 2 partes iguais e tomando 1 delas, obtemos uma representação da fração $\frac{1}{2}$, que é exatamente a porção do muro que foi pintada no primeiro dia de trabalho.



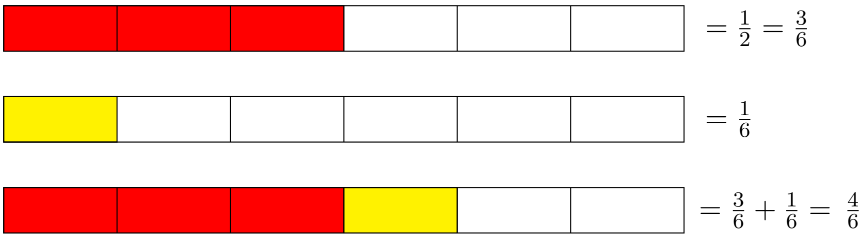
Dividindo essa mesma barra em 6 partes iguais e tomando 1 dessas partes, obtemos uma representação da fração $\frac{1}{6}$, exatamente a parte do muro pintada no segundo dia.



Agora, precisamos calcular a soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ para obter a fração do muro pintada nos dois primeiros dias.



Como essas frações não têm um mesmo denominador, a ideia é encontrar frações equivalentes a cada uma delas, as quais possuam um mesmo denominador, e depois somar essas frações. Para isso, vamos dividir cada metade da barra de cima (que representa a fração $\frac{1}{2}$) em 3 partes iguais. Assim (veja a próxima figura), a barra ficará dividida em 6 partes. A parte destacada maior corresponde a três dessas partes, ou seja, pode ser representada pela fração $\frac{3}{6}$.



Portanto,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3},$$

ou seja, João pintou $\frac{2}{3}$ do muro nos dois primeiros dias.

■

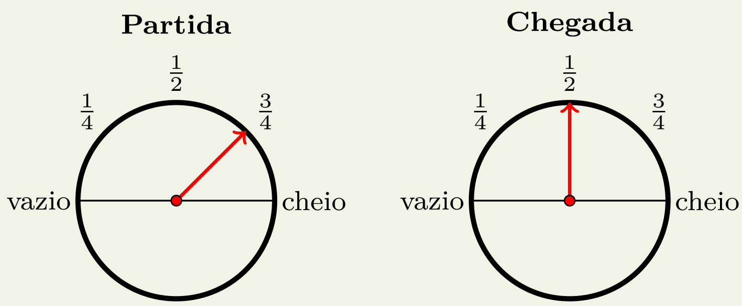
Em geral, quando duas frações não têm um mesmo denominador, procedemos do seguinte modo para somá-las:

Adição de frações com denominadores distintos: para somar duas frações com denominadores distintos, começamos encontrando duas frações que tenham um mesmo denominador e sejam equivalentes às frações dadas; em seguida, somamos essas frações. Por exemplo,

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=\frac{11}{12}.$$

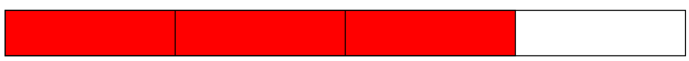
Aqui, vale uma observação sobre como encontrar as duas frações equivalentes às frações dadas. Veja que a dificuldade é achar um denominador para essas frações. Para isso, observamos que esse denominador deve ser um múltiplo dos denominadores das duas frações originais (4 e 6, no exemplo acima). Então, precisamos achar um número que seja múltiplo de 4 e 6 ao mesmo tempo. Uma possibilidade totalmente válida seria tomar como denominador o número $4 \times 6 = 24$; isso daria as frações $\frac{18}{24}$ (equivalente a $\frac{3}{4}$) e $\frac{4}{24}$ (equivalente a $\frac{1}{6}$). No entanto, a possibilidade 12 é mais econômica, exatamente porque 12 é o *mínimo múltiplo comum* de 4 e 6. Teremos mais a dizer sobre isso mais adiante.

Exercício 4.4 (CMF - adaptada) No painel de um automóvel há um marcador que indica a quantidade de combustível no tanque. Através de um ponteiro, o marcador indica a fração de combustível existente no tanque em relação à capacidade máxima. Quando o ponteiro aponta para a posição *cheio*, isso significa que o tanque está completamente cheio de combustível. As figuras abaixo representam o marcador de combustível no momento da partida e no momento da chegada de uma viagem.

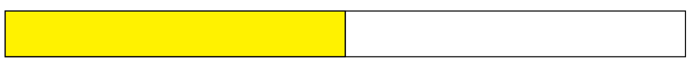


Que fração do tanque de combustível foi utilizada na viagem?

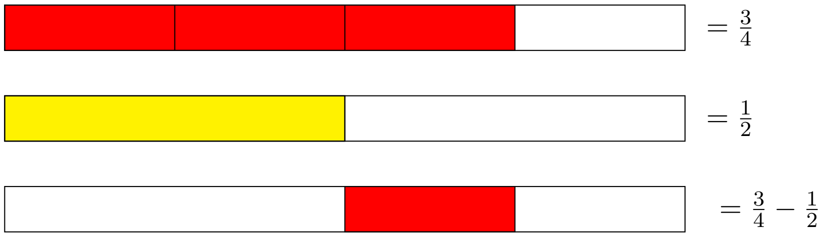
Solução. Veja que, no momento da partida, o tanque estava com $\frac{3}{4}$ da sua capacidade e, na chegada, estava com $\frac{1}{2}$ da sua capacidade. Assim, a fração que representa o total de gasolina gasto na viagem é dada pela diferença $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$. Utilizaremos uma barra para representar o tanque cheio de combustível. Dividindo essa barra em 4 partes iguais e pintando 3 dessas partes, obtemos uma representação da fração $\frac{3}{4}$.

 $= \frac{3}{4}$

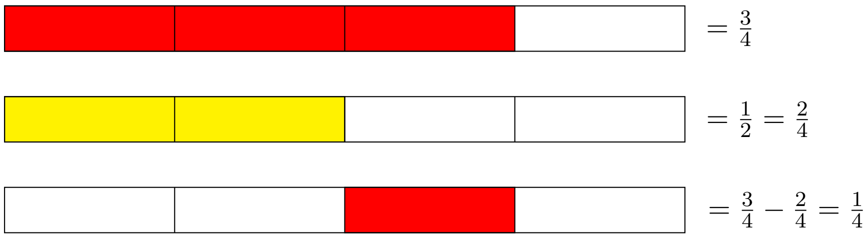
Agora, dividindo a mesma barra em duas partes iguais e pintando de amarelo uma dessas partes, representamos a fração $\frac{1}{2}$.

 $= \frac{1}{2}$

Veja que, como as barras foram divididas em quantidades diferentes de partes, ainda não temos como subtrair $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$.



Entretanto, podemos adaptar a ideia das frações equivalentes utilizada para a adição no exemplo anterior. Para isso, dividimos cada metade da barra que representa a fração $\frac{1}{2}$ em duas outras partes, de forma que a barra fica dividida em quatro partes iguais. Em seguida, pintamos duas dessas partes de amarelo, para que tenhamos a representação da fração $\frac{2}{4}$ (equivalente à fração original $\frac{1}{2}$).



Desse modo, fica fácil subtrair as frações:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}.$$

Então, $\frac{1}{4}$ é a fração do tanque de combustível utilizada na viagem. ■

Mais uma vez de modo análogo ao que foi feito para a adição, quando as frações não têm um mesmo denominador, procedemos do seguinte modo para subtraí-las:

Subtração de frações com denominadores distintos: para calcular a diferença entre duas frações com denominadores distintos, começamos encontrando duas frações que tenham um mesmo denominador e sejam equivalentes às frações dadas; em seguida, calculamos a diferença entre essas frações. Por exemplo,

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16}{20} - \frac{15}{20} = \frac{1}{20}.$$

A ideia geral para encontrar frações equivalentes às dadas e com um mesmo denominador é a mesma que observamos no caso da adição: começamos procurando um denominador que seja múltiplo dos dois denominadores das frações iniciais (por exemplo, seu *mmc*).

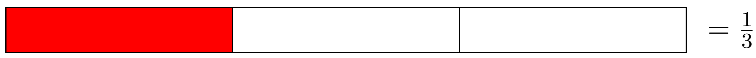
Vejamos mais alguns problemas.

Exercício 4.5 A professora Juliana presenteou as alunas Bruna e Bia, medalhistas em uma olimpíada de Matemática, com uma caixa cheia de livros. Elas decidiram que Bruna, por ter conquistado uma medalha de ouro, ficaria com um terço dos livros, e Bia, por ter conquistado uma medalha de prata, ficaria com um quarto dos livros. Além disso, o restante dos livros seria doado à biblioteca da escola.

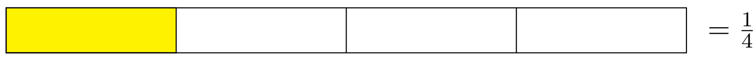
(a) Que fração representa a quantidade de livros que Bruna e Bia receberam juntas?
(b) Que fração representa a quantidade de livros que foram doados à biblioteca?

Solução. Vamos representar o total de livros contidos na caixa por uma barra.

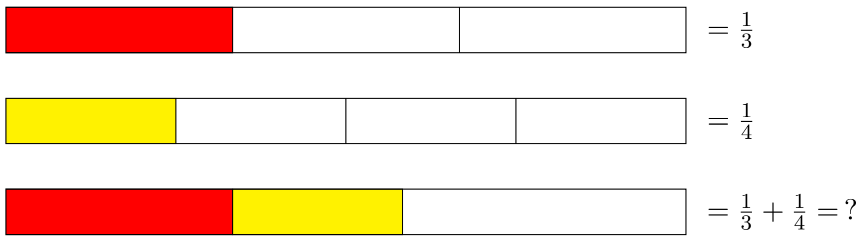
Dividindo essa barra em 3 partes iguais e tomando 1 dessas partes, obtemos uma representação da fração $\frac{1}{3}$, parte dos livros que coube a Bruna.



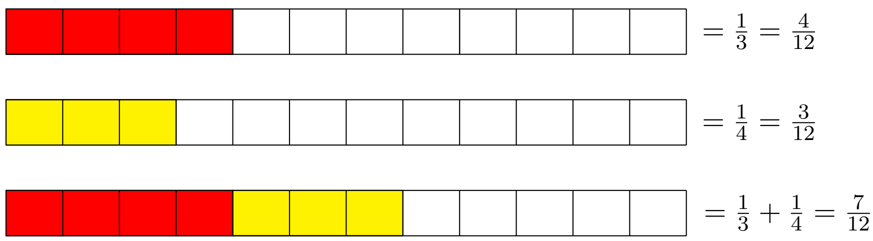
Dividindo a mesma barra em 4 partes iguais e tomando 1 dessas partes, obtemos uma representação da fração $\frac{1}{4}$, parte dos livros que coube a Bia.



Para responder o item (a), devemos somar as frações correspondentes às quantidades de livros recebidos pelas duas colegas. Observe a figura abaixo, onde estão representadas as frações da caixa de livros recebidas por Bruna e Bia separadamente, bem como a fração que representa o total de livros recebidos pelas duas juntas.



Uma vez que as barras (que representam a caixa de livros) não foram divididas em quantidades iguais de partes nas duas figuras, não podemos somar as frações diretamente. Entretanto, podemos subdividir cada uma das 3 partes da primeira barra em 4 partes iguais e cada uma das 4 partes da segunda barra em 3 partes iguais. Acompanhe na próxima representação.

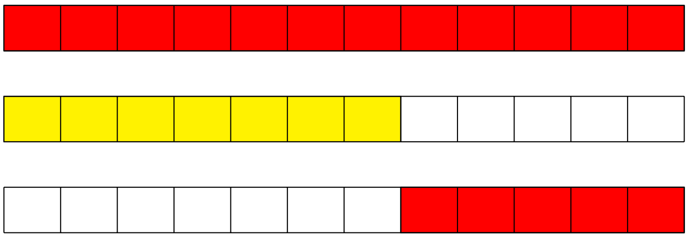


Desse modo, obtemos as frações $\frac{4}{12}$ e $\frac{3}{12}$, sendo a primeira equivalente a $\frac{1}{3}$ e a segunda equivalente a $\frac{1}{4}$. Então, para somar as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$, somamos as frações $\frac{4}{12}$ e $\frac{3}{12}$, que são respectivamente equivalentes às duas primeiras. Ou seja,

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{4+3}{12}=\frac{7}{12}.$$

Assim, a fração que corresponde a quantidade de livros recebidos por Bruna e Bia juntas é $\frac{7}{12}$, e essa é a resposta para o item (a).

Finalmente, para descobrir a fração da caixa que representa os livros doados à biblioteca, devemos subtrair $\frac{7}{12}$, que é a quantidade de livros recebidos por Bruna e Bia, de 1 (que representa a barra cheia).



$$= 1 = \tfrac{12}{12}$$

$$= \tfrac{7}{12}$$

$$= \tfrac{12}{12} - \tfrac{7}{12} = \tfrac{5}{12}$$

Observe que na barra de cima temos uma fração que representa o total de livros na caixa, na barra do meio temos uma fração que representa a quantidade de livros recebidos pelas alunas e, na barra de baixo, temos a diferença entre as frações que representam o total de livros na caixa e a quantidade de livros recebidos por Bruna e Bia. Portanto,

$$1-\frac{7}{12}=\frac{12}{12}-\frac{7}{12}=\frac{12-7}{12}=\frac{5}{12},$$

ou seja, a fração que representa os livros que foram doados à biblioteca é $\frac{5}{12}$. Essa é a resposta para o item (b). ■

Observação 4.1.1 Conforme observamos anteriormente, podemos somar as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ executando os seguintes passos:

1. Encontramos uma fração equivalente a $\frac{1}{3}$, multiplicando numerador e denominador pelo denominador da fração $\frac{1}{4}$:

$$\frac{1}{3}=\frac{1\times 4}{3\times 4}=\frac{4}{12}.$$

2. Encontramos uma fração equivalente a $\frac{1}{4}$, multiplicando numerador e denominador pelo denominador da fração $\frac{1}{3}$:

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times 3}{4\times 3}=\frac{3}{12}.$$

3. Somamos as frações encontradas, que agora possuem um mesmo denominador:

$$\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{4+3}{12}=\frac{7}{12}.$$

Agora, tomando como exemplo a soma

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{8}$$

e procedendo de maneira semelhante, temos

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{8}=\frac{1\times 8}{6\times 8}+\frac{3\times 6}{8\times 6}=\frac{8}{48}+\frac{18}{48}=\frac{8+18}{48}=\frac{26}{48}.$$

Por outro lado, como $\text{mmc}(6{,}8)=24$ e $24\div 6=4$, $24\div 8=3$, também é possível encontrar frações equivalentes a $\frac{1}{6}$ e $\frac{3}{8}$ e com um mesmo denominador multiplicando o numerador e o denominador da primeira fração por 4 e o numerador e o denominador da segunda por 3. Assim fazendo, temos

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{8}=\frac{1\times 4}{24}+\frac{3\times 3}{24}=\frac{4}{24}+\frac{9}{24}=\frac{13}{24}.$$

Conforme já observamos anteriormente, a diferença entre os dois métodos acima é que, utilizando o mmc dos denominadores das frações originais, a fração obtida para a soma é uma forma simplificada daquela que seria obtida utilizando o produto dos denominadores.

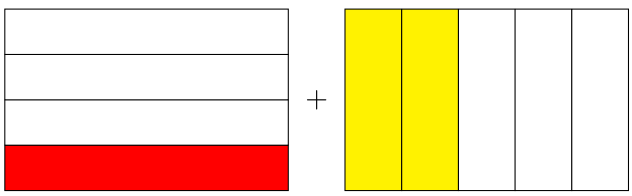
Exercício 4.6 Em um passeio ciclístico, os participantes percorreram $\frac{1}{4}$ do percurso na primeira hora, $\frac{2}{5}$ do percurso na segunda hora e 14 quilômetros na terceira e última hora de passeio. Quantos quilômetros tem o percurso total do passeio?

(a) 14. (b) 16. (c) 40. (d) 36.

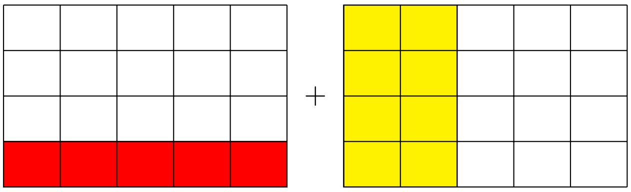
Solução. A ideia para resolver o problema é calcular a fração correspondente à distância percorrida durante a terceira hora de passeio. Isto porque já sabemos o valor (14 quilômetros) da distância percorrida durante a terceira hora e, como veremos, o conhecimento desse valor, juntamente com a informação da fração do percurso a que ele corresponde, nos permitirão calcular o total do percurso.

Para calcular a fração correspondente à distância percorrida durante a terceira hora, devemos somar as frações correspondentes ao total percorrido na primeira e segunda horas e, em seguida, subtrair o resultado de 1 inteiro, que corresponde ao percurso total do passeio.

Para somar as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$, devemos proceder como antes: uma vez que elas não têm um mesmo denominador, devemos começar encontrando duas frações, uma equivalente a $\frac{1}{4}$ e outra equivalente a $\frac{2}{5}$, as quais tenham denominadores iguais. Observe a figura a seguir, que representa a soma das frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$.



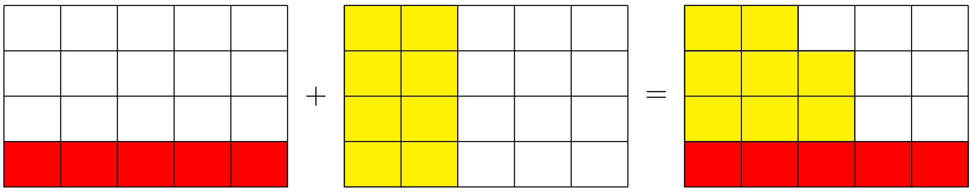
Ainda não há como somar as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$, pois o retângulo, que representa todo o percurso percorrido pelos ciclistas, foi dividido em 4 partes na figura da esquerda e em 5 partes na figura da direita. Entretanto, podemos representar as mesmas frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$ subdividindo cada $\frac{1}{4}$ da figura da esquerda em 5 partes iguais e cada $\frac{1}{5}$ da figura da direita em 4 partes iguais. Note que, na figura a seguir, isso equivale a dividir o retângulo da esquerda em cinco *colunas* iguais e o da direita em quatro *linhas* iguais.



Agora, observe que as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{5}{20}$ são **equivalentes**, bem como as frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{8}{20}$. Além disso, é fácil somar as frações $\frac{5}{20}$ e $\frac{8}{20}$, pois ambas são frações de um inteiro que foi dividido em uma mesma quantidade de partes ($5 \times 4 = 4 \times 5 = 20$ partes):

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20},$$

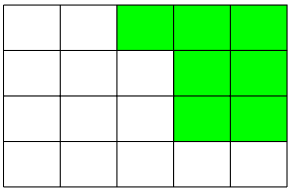
fração representada na última figura abaixo:



Observemos, agora, que resta a fração $1 - \frac{13}{20}$ para completar o percurso, com

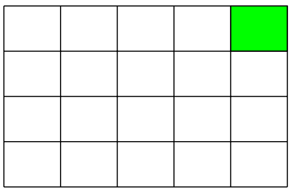
$$1 - \frac{13}{20} = \frac{20}{20} - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$$

(parte destacada na figura abaixo).



$= \frac{7}{20} \longleftrightarrow$ 14 quilômetros

Também como mostrado na última figura, essa fração $\frac{7}{20}$ corresponde aos 14 quilômetros percorridos na terceira hora de passeio. Portanto, a fração

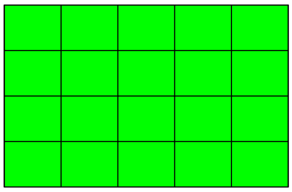


$= \frac{1}{20} \longleftrightarrow 14 \div 7 = 2$ quilômetros

$\frac{1}{20}$ (correspondente ao retângulo menor pintado de verde na figura seguinte) corresponde a $14 \div 7 = 2$ quilômetros.

Logo, o percurso total tem $20 \times 2 = 40$ quilômetros (acompanhe na próxima figura).

■



$= \frac{20}{20} \longleftrightarrow 20 \times 2 = 40$ quilômetros

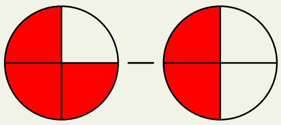
Observação 4.1.2 Resumidamente, a soma das frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$ foi calculada do seguinte modo:

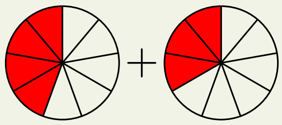
$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20}.$$

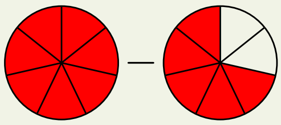
4.2 – Exercícios Propostos

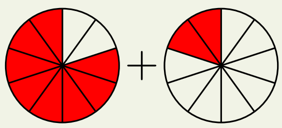
Nível 1

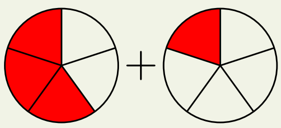
Exercício 4.7 Calcule o resultado das operações com frações representadas geometricamente nas figuras abaixo.

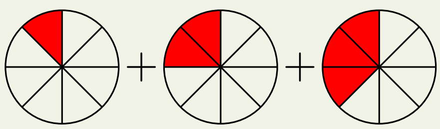
(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

(e) 

(f) 

Exercício 4.8 Encontre os resultados das operações com frações listadas abaixo:

(a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$.

(b) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$.

(c) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$.

(d) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2}$.

(e) $\frac{3}{7} - \frac{1}{7}$.

(f) $\frac{3}{8} - \frac{1}{8}$.

(g) $\frac{7}{5} - \frac{2}{5}$.

(h) $\frac{9}{4} - \frac{5}{4}$.

Exercício 4.9 Numa pizzaria, João comeu $5/8$ de uma pizza e Carlos comeu $2/8$ da mesma pizza.

(a) Que fração da pizza os dois comeram juntos?
(b) Que fração João comeu a mais que Carlos?

Exercício 4.10 João encheu o tanque do seu carro. Gastou $\frac{2}{5}$ do tanque para ir de casa ao trabalho durante a semana e $\frac{1}{5}$ do tanque para passear no final de semana. Que fração do tanque restou?

Nível 2

Exercício 4.11 Encontre os resultados das operações com frações listadas abaixo:

(a) $\frac{7}{5} + \frac{2}{3}$.

(b) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$.

(c) $\frac{4}{8} + \frac{2}{3}$.

(d) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$.

(e) $\frac{3}{7} - \frac{1}{6}$.

(f) $\frac{1}{8} - \frac{1}{9}$.

(g) $\frac{7}{5} - \frac{2}{3}$.

(h) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$.

Exercício 4.12 Se $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{4}{9}$ e $z = \frac{1}{5}$, calcule:

(a) $x + y$.
(b) $x - z$.
(c) $y + x - z$.
(d) $x + y + z$.

Exercício 4.13 Calcule o valor da expressão numérica

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right).$$

Exercício 4.14 Mariana está lendo um livro de romance que tem 150 páginas. Ontem ela leu 59 e hoje ela leu 25 das páginas desse livro.

(a) Que fração das páginas do livro Mariana já leu?
(b) Que fração representa as páginas que Mariana ainda não leu?

Exercício 4.15 Carlos foi às compras e gastou $\frac{1}{3}$ do dinheiro que possuía, restando-lhe, ainda, R$ 250,00. Quanto Carlos possuía antes de ir às compras?

Nível 3

Exercício 4.16 (CMM - adaptado) – Sávio fez uma pesquisa com os moradores de seu condomínio sobre a prática de coleta seletiva de lixo. Ele constatou que $\frac{3}{4}$ dos entrevistados praticam esse tipo de coleta e $\frac{1}{5}$ dos entrevistados sequer sabem o que isso significa. Dessa maneira, a fração que representa a quantidade de pessoas que sabem o que significa a coleta seletiva mas não a praticam é:

(a) $\frac{1}{4}$. (b) $\frac{1}{9}$. (c) $\frac{1}{10}$. (d) $\frac{1}{15}$. (e) $\frac{1}{20}$.

Exercício 4.17 Três amigas planejavam preencher um álbum de figurinhas da copa. Karla contribuiu com $\frac{1}{6}$, Paula com $\frac{2}{3}$ e Cristina contribuiu com $\frac{1}{8}$ das figurinhas.

(a) Supondo que não havia figurinhas repetidas, que fração do álbum foi preenchida com as contribuições das três amigas?
(b) Que fração ainda falta preencher para completar o álbum?

Exercício 4.18 No dia do lançamento de um prédio residencial, $\frac{1}{3}$ dos apartamentos foram vendidos e $\frac{1}{6}$ foram reservados. Que fração corresponde aos apartamentos que não foram vendidos ou reservados?

Exercício 4.19 Maurício fez um suco misto de laranja e acerola. Ele misturou metade de um copo de suco de acerola com $\frac{1}{3}$ do mesmo copo de suco de laranja. Calcule a fração que falta para ter o copo cheio.

(a) $\frac{5}{6}$. (b) $\frac{1}{6}$. (c) $\frac{2}{5}$. (d) $\frac{1}{3}$. (e) $\frac{2}{3}$.

Exercício 4.20 (CMPA) Os animais de um pequeno zoológico se dividem em três classes: mamíferos, aves e répteis. Sabe-se que, do total de animais desse zoológico, $\frac{2}{5}$ são mamíferos, $\frac{3}{8}$ são aves e os 270 animais restantes são répteis. A quantidade total de animais desse zoológico é igual a:

(a) 930.
(b) 1200.
(c) 1330.
(d) 1470.
(e) 1540.

Exercício 4.21 Certa quantia foi repartida entre três pessoas da seguinte maneira: a primeira recebeu $\frac{2}{3}$ da quantia mais R$ 5,00; a segunda recebeu $\frac{1}{5}$ da quantia mais R$ 12,00; e a terceira recebeu o restante, no valor de R$ 15,00. Qual a quantia que foi repartida?

Exercício 4.22 (Unesp - 1994) Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Se uma delas pavimentar 2/5 da estrada e a outra os 81 km restantes, a extensão dessa estrada é de:

(a) 125 km.
(b) 135 km.
(c) 142 km.
(d) 145 km.
(e) 160 km.

Exercício 4.23 (OBMEP) Os números a e b são inteiros positivos tais que $\frac{a}{11} + \frac{b}{3} = \frac{31}{33}$. Qual é o valor de $a + b$?

(a) 5. (b) 7. (c) 14. (d) 20. (e) 31.

Exercício 4.24 (ETEC/SP - 2009) Tradicionalmente, os paulistas costumam comer pizza nos finais de semana. A família de João, composta por ele, sua esposa e seus filhos, comprou uma pizza tamanho gigante, cortada em 20 pedaços iguais. Sabe-se que João comeu 3/12, sua esposa comeu 2/5 e sobraram N pedaços para seus filhos. O valor de N é:

(a) 7. (b) 8. (c) 9. (d) 10. (e) 11.

Exercício 4.25 Uma fortuna foi repartida entre três filhos do seguinte modo: uma filha solteira recebeu $\frac{3}{7}$ da herança mais R$ 8000,00; o filho menor recebeu $\frac{3}{8}$ mais R$ 5000,00 e a filha casada recebeu os R$ 42000,00 restantes. Quanto recebeu o filho menor.

Exercício 4.26 Uma torneira enche um tanque em 6 horas e uma outra torneira enche o mesmo tanque em 3 horas. Sabendo que o tanque encontra-se vazio, se as duas torneiras foram abertas ao mesmo tempo, em quantas horas elas encherão o tanque?

Exercício 4.27 Duas torneiras enchem um tanque em 4 horas. Uma delas, sozinha, enche o tanque em 7 horas. Em quanto tempo a outra torneira, sozinha, encheria o tanque?

Nível 4

Exercício 4.28 (OBMEP) Elisa tem 46 livros de Ciências e outros de Matemática e Literatura. Sabendo que um nono dos seus livros são de Matemática e um quarto são de Literatura, quantos livros de Matemática ela possui?

(a) 23. (b) 18. (c) 8. (d) 9. (e) 36.

Exercício 4.29 Duas torneiras enchem um tanque em 6 e 7 horas, respectivamente. Há um ralo no fundo do tanque, que o esvazia completamente em exatamente 2 horas, se o tanque estiver cheio e as torneiras fechadas. Estando o tanque cheio e abrindo-se as duas torneiras e o ralo, em quanto tempo o tanque ficará completamente vazio?

Exercício 4.30 Três torneiras, abertas simultaneamente, enchem um tanque em 8 horas. A primeira e a segunda torneiras são capazes de encher o tanque em 18 e 24 horas, respectivamente. Quantas horas a terceira torneira levaria para encher o tanque sozinha?

Exercício 4.31 Felipe e Lucas, encarregados de uma obra, fariam todo o trabalho em 12 dias. No fim do quarto dia de trabalho, Felipe adoeceu e Lucas concluiu o trabalho sozinho, gastando mais 10 dias. Em quanto tempo Lucas faria o trabalho se tivesse trabalhado sozinho desde o início?

Exercício 4.32 (UFMG - 2009) Paula comprou dois potes de sorvete, ambos com a mesma quantidade do produto. Um dos potes continha quantidades iguais dos sabores chocolate, creme e morango; o outro, quantidades iguais dos sabores chocolate e baunilha. É correto afirmar que, nessa compra, a fração correspondente à quantidade de sorvete do sabor chocolate foi:

(a) $\frac{2}{5}$. (b) $\frac{3}{5}$. (c) $\frac{5}{12}$. (d) $\frac{5}{6}$.

Exercício 4.33 (CMM - adaptado) Lucas e Lauro estavam correndo numa mesma pista circular. Eles iniciaram a corrida ao mesmo tempo, do mesmo ponto de partida, porém em sentidos contrários. Em um determinado momento, os dois pararam, sem que ainda tivessem passado um pelo outro. Lucas já tinha percorrido $\frac{2}{5}$ do comprimento total da pista e Lauro tinha percorrido $\frac{1}{10}$ do comprimento total, mais 110 metros. Se, no momento da parada, a distância entre eles era de 90 metros, qual o comprimento total desta pista de corrida?

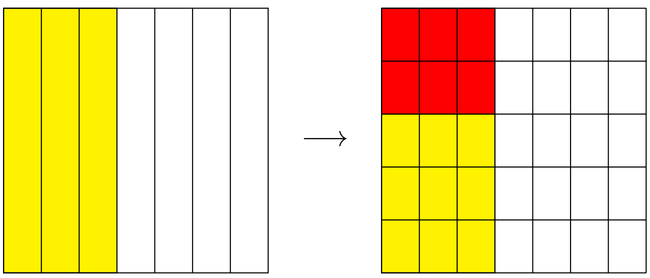
(a) 210 metros.
(b) 240 metros.
(c) 246 metros.
(d) 400 metros.
(e) 600 metros.

4.3 – Multiplicação e Divisão

Dando continuidade ao estudo das operações com números fracionários, apresentamos agora um exemplo que está relacionado com a *multiplicação de frações*.

Exercício 4.34 Dona Josefa fez uma torta de frango para distribuir com seus queridos vizinhos. Ela pensou em dar $\frac{3}{7}$ da torta para Dona Francisca, a sua vizinha da direita. Porém, quando a torta estava no forno, o cheiro se espalhou pela vizinhança e ela teve que refazer a distribuição para contemplar um número maior de vizinhos. Decidiu, então, dar a Dona Francisca apenas $\frac{2}{5}$ da fração que tinha pensado em dar inicialmente. Depois de refeita a divisão, que fração da torta Dona Francisca recebeu?

Solução. Podemos interpretar o problema da seguinte maneira: a torta pode ser representada por um quadrado, que inicialmente foi dividido em sete partes (retângulos verticais) iguais. Pintamos de amarelo 3 desses retângulos, que representam $\frac{3}{7}$, fração da torta que Dona Francisca receberia inicialmente. Em seguida, cada um desses retângulos é dividido em 5 retângulos menores. Assim, o quadrado fica dividido em 35 desses últimos retângulos menores. Agora, a fração da torta que a Dona Francisca recebeu corresponde a $\frac{2}{5}$ da parte amarela. Por isso, pintamos de vermelho dois dos cinco retângulos menores de cada retângulo vertical amarelo. Então, em termos do total de retângulos menores, a fração daqueles vermelhos é igual a $\frac{2\times 3}{5\times 7} = \frac{6}{35}$.



Graças ao raciocínio acima, definimos o produto $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$ como

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{5 \times 7} = \frac{6}{35}.$$

Assim, Dona Francisca recebeu $\frac{6}{35}$ da torta, depois que Dona Josefa refez a divisão. ■

De modo geral, temos a seguinte regra:

Multiplicação de Frações: o produto de duas frações é a fração cujo numerador é o produto dos numeradores e cujo denominador é o produto dos denominadores das frações dadas. Por exemplo,

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{8 \times 2} = \frac{15}{16}.$$

Exercício 4.35 Clotilde distribuiu uma certa quantidade de bombons de chocolate a seus três sobrinhos. Tobias, o mais velho dos três, recebeu $\frac{1}{3}$ do total de bombons. Adalberto, o mais jovem, recebeu $\frac{3}{7}$ do que restou depois que Tobias recebeu a sua parte. André recebeu os 16 bombons restantes. Adalberto deu $\frac{1}{6}$ de seus bombons a Marcela, sua namorada. Quantos bombons Marcela recebeu?

(a) 42. (b) 2. (c) 12. (d) 14.

Solução. Tobias recebeu $\frac{1}{3}$ do total de bombons. Podemos representar geometricamente essa fração através da figura abaixo, na qual a parte dos bombons que coube a Tobias está pintada de amarelo.

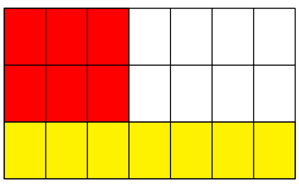
$= \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{3}$

Depois que Tobias pegou a sua parte, restaram $\frac{2}{3}$ do total de bombons, que estão representados na figura pela parte branca. Então, Adalberto recebeu $\frac{3}{7}$ do que restou, ou seja, recebeu

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{21}.$$

Para representar essa fração, dividimos cada retângulo horizontal em 7 retângulos menores, e pintamos de vermelho, em cada uma das duas linhas brancas, 3 desses 7 retângulos menores (pois Adalberto recebeu $\frac{3}{7}$ do que restou). O resultado é mostrado na próxima figura.



$= \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{21}$

$= \frac{1}{3} = \frac{7}{21}$

Sendo assim, as partes de Tobias (retângulos amarelos) e Adalberto (retângulos vermelhos) somadas correspondem a

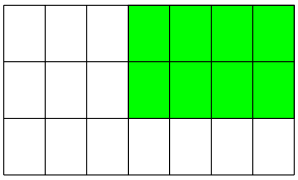
$$\frac{1}{3}+\frac{6}{21}=\frac{7}{21}+\frac{6}{21}=\frac{13}{21}.$$

Desse modo, os oito retângulos que ficaram brancos na última figura correspondem à fração

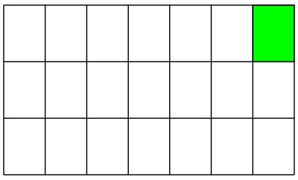
$$\frac{21}{21}-\frac{13}{20}=\frac{8}{21}$$

do todo. Tais retângulos se encontram pintados em verde na primeira das figuras a seguir, e também correspondem aos 16 bombons que André recebeu.

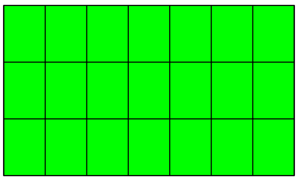
Então, $\frac{1}{21}$ dos bombons é o mesmo que 2 bombons. Portanto, Clotilde distribuiu ao todo $21 \times 2 = 42$ bombons (veja a segunda e a terceira figuras a seguir).



$= \frac{8}{21} \longleftrightarrow$ 16 bombons



$= \frac{1}{21} \longleftrightarrow 16 \div 8 = 2$ bombons



$= \frac{21}{21} \longleftrightarrow 21 \cdot 2 = 42$ bombons

Desses 42 bombons, $\frac{6}{21}$ foram para Adalberto. Uma vez que

$$\frac{6}{21}\times 42 = 6 \times \frac{42}{21} = 6 \times 2 = 12,$$

concluímos que Adalberto recebeu 12 bombons. Além disso, ele deu $\frac{1}{6}$ de seus bombons para Marcela. Como

$$\frac{1}{6}\times 12 = \frac{12}{6} = 2,$$

podemos afirmar que Marcela recebeu 2 bombons. ■

O próximo exemplo está relacionado com a *divisão de frações*.

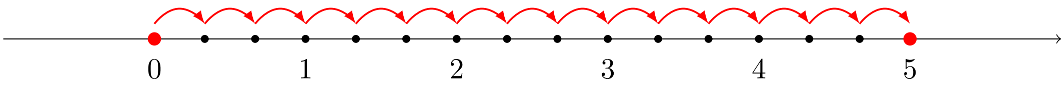
Exercício 4.36 André possui um sítio, localizado na cidade de Canindé. No sítio, há uma vaca que produz exatamente 5 litros de leite todos os dias. André divide o leite produzido em garrafas de capacidade $\frac{1}{3}$ de litro e as distribui com os parentes e amigos mais próximos. Quantas garrafas de leite são produzidas por dia no sítio de André?

Solução. A resposta para a pergunta feita no problema é dada pela divisão de um número inteiro por uma fração: $5 \div \frac{1}{3}$. Observe que cada litro de leite enche 3 garrafas, pois a capacidade de cada garrafa é $\frac{1}{3}$ de litro e $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$. Portanto, os 5 litros de leite enchem $5 \times 3 = 15$ garrafas. ■

Observando a solução do problema acima, percebemos que

$$5 \div \frac{1}{3} = 5 \times \frac{3}{1} = 15.$$

Também podemos utilizar a reta numérica para interpretar geometricamente a divisão $5 \div \frac{1}{3} = 5 \times 3 = 15$: imagine que estamos caminhando sobre a reta e desejamos ir de 0 a 5 dando passos de tamanho $\frac{1}{3}$. Veja a figura abaixo:

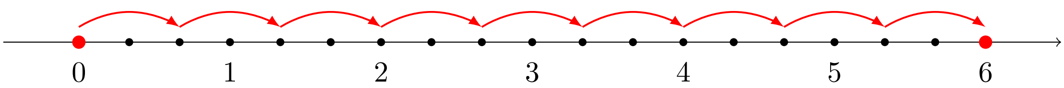


Observe que que são necessários 3 passos para percorrer cada um dos intervalos [0,1], [1,2], [2,3], [3,4], e [4,5], logo, são necessários $5 \times 3 = 15$ passos para ir de 0 a 5. Portanto,

$$5 \div \frac{1}{3} = 5 \times 3 = 15.$$

De modo análogo, $6 \div \frac{2}{3}$ representa a quantidade de passos que devemos dar se desejamos ir de 0 a 6 utilizando passos de tamanho $\frac{2}{3}$. Mas veja que, neste caso, são necessários 3 passos de tamanho $\frac{2}{3}$ para percorrer cada um dos intervalos [0,2],[2,4] e [4,6]. Portanto, são necessários $\frac{6}{2} \times 3 = 6 \times \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9$ passos para ir de 0 a 6, ou seja,

$$6 \div \frac{2}{3} = 6 \times \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9.$$



Agora, examinemos as barras abaixo. A primeira delas representa a fração $\frac{1}{2}$ e a segunda representa o resultado da divisão $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$. Note, ainda, que ao dividirmos a fração $\frac{1}{2}$ por dois, obtivemos como resultado a fração cujo numerador ainda é igual a 1 e cujo denominador é igual a 2×2, pois dividimos cada uma das duas partes que compõem a primeira barra em outras duas partes. Portanto, temos:

$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}.$$

Mais geralmente, temos a regra a seguir:

Divisão de Frações: para dividir uma fração por outra, basta multiplicar a primeira fração pela inversa da segunda. Por exemplo,

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{10}{12}$$

e

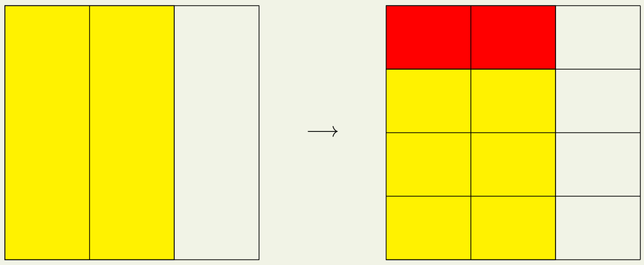
$$\frac{1}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{1 \times 3}{5 \times 1} = \frac{3}{5}.$$

4.3.1 – Exercícios Propostos

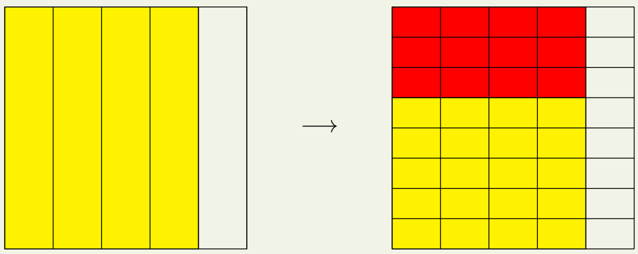
Nível 1

Exercício 4.37 Em cada um dos itens abaixo, a parte pintada de amarelo no retângulo da esquerda representa uma fração e a parte pintada de vermelho no retângulo da direita representa o produto dessa fração por uma segunda fração. Encontre as duas frações e calcule seu produto.

(a)



(b)



Exercício 4.38 Calcule:

(a) $8 \times \frac{1}{4}$.

(b) $\frac{3}{8} \times \frac{1}{7}$.

(c) $\frac{4}{3} \times \frac{9}{8}$.

(d) $\frac{3}{4} \times \frac{7}{3} \times \frac{4}{7}$.

(e) $\frac{1}{2} \div 2$.

(f) $3 \div \frac{5}{3}$.

(g) $\frac{7}{4} \div \frac{7}{5}$.

(h) $\frac{9}{11} \div \frac{13}{22}$.

Exercício 4.39 Carlos passa $\frac{1}{4}$ do dia estudando. Do tempo que passa estudando, ele utiliza $\frac{1}{3}$ para estudar Matemática. Que fração do dia Carlos utiliza para estudar Matemática?

Exercício 4.40 Joana gastou $\frac{3}{4}$ de sua mesada na cantina da escola. Do total que gastou na cantina, $\frac{3}{7}$ foram gastos com doces. Que fração de sua mesada Joana gastou com doces?

Exercício 4.41 Quantas garrafas com capacidade $\frac{2}{3}$ de litro são necessárias para distribuir 30 litros de suco?

Exercício 4.42 Numa corrida de revezamento, as equipes devem percorrer um total de $\frac{9}{2}$ quilômetros e cada atleta deve percorrer $\frac{3}{4}$ de quilômetro. Quantos atletas cada equipe deve ter?

Nível 2

Para o próximo exercício, observe que, na presença de adições ou subtrações juntamente com multiplicações ou divisões, as multiplicações e divisões têm, por convenção, prioridade de execução sobre as adições e subtrações.

Exercício 4.43 Calcule:

(a) $1 - \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$.

(b) $1\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} - 4$.

(c) $\frac{3}{5} - \frac{5}{6} \div 6$.

(d) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} - \frac{3}{2} \div 4$.

Exercício 4.44 Joaquim comeu $\frac{1}{8}$ de uma pizza e José comeu $\frac{2}{7}$ do que restou. Que fração da pizza foi comida por José?

Exercício 4.45 A família de Fernando bebe água em copos cuja capacidade é $\frac{2}{5}$ de litro. Se o garrafão de água que estão utilizando ainda tem $4\frac{3}{5}$ de litros de água, quantos copos eles ainda poderão encher completamente?

Exercício 4.46 O pai de Maria a presenteou com alguns doces na última sexta-feira. Ela comeu metade dos doces que tinha no sábado e metade do que restou no domingo. Que fração da quantidade total de doces Maria comeu no domingo?

Exercício 4.47 A fazenda de Armando produziu 270 litros de leite durante a última semana. Ele utilizou $\frac{2}{3}$ dessa quantidade para fazer queijo e o restante vendeu em garrafas de capacidade $\frac{1}{2}$ de litro. Quantas garrafas de leite Armando vendeu?

Exercício 4.48 Fernando construiu sua casa em $\frac{3}{7}$ de seu lote. Dias depois, plantou frutas em $\frac{1}{3}$ do restante. Calcule a fração do terreno destinada ao plantio de frutas.

Nível 3

Exercício 4.49 Joaquim comeu $\frac{1}{8}$ de uma pizza e José comeu $\frac{2}{7}$ do que restou. Que fração da pizza os dois comeram juntos?

Exercício 4.50 O pai de Maria a presenteou com alguns doces na última sexta-feira. Ela comeu metade dos doces que tinha no sábado e metade do que restou no domingo. Que fração da quantidade total de doces Maria comeu durante o fim de semana?

Exercício 4.51 Uma caixa possui 64 biscoitos. Em cada um dos dias da semana passada, de segunda a sexta-feira, Artur comeu metade dos biscoitos que havia na caixa. Quantos biscoitos restaram?

Exercício 4.52 (Fundação Carlos Chagas - adaptado) João trabalhou ininterruptamente por 2 horas e 50 minutos na digitação de um texto. Sabendo que ele concluiu essa tarefa quando eram decorridos 11/16 do dia, contados a partir das 0h, podemos afirmar que ele iniciou a digitação do texto às:

(a) 13h40min.
(b) 13h20min.
(c) 13h.
(d) 12h20min.
(e) 12h10min.

Exercício 4.53 (OBM) Carlos fez uma viagem de 1210 km, sendo 7/11 de aeroplano, 2/5 do restante de trem, 3/8 do novo resto de automóvel e os demais quilômetros a cavalo. Calcule quantos quilômetros Carlos percorreu a cavalo.

Nível 4

Exercício 4.54 No pátio de uma montadora há carros de cinco cores: preto, branco, vermelho, azul e prata. Metade dos carros são pretos e um quinto dos carros são brancos. De cada uma das outras três cores, há números iguais de carros. Sabendo-se que existem 42 carros vermelhos, quantos carros brancos há no pátio?

Exercício 4.55 A metade de um muro é pintada de vermelho, um terço do que resta é pintado de verde e o restante de azul. A parte pintada de azul mede 160 cm de comprimento. Qual o comprimento da parte pintada de vermelho?

Exercício 4.56 Uma herança em dinheiro foi distribuída entre quatro irmãos. Ao primeiro, coube $\frac{2}{3}$ do total, enquanto o segundo recebeu $\frac{3}{4}$ do resto. Ao terceiro coube $\frac{1}{33}$ da soma das partes dos dois primeiros. Por fim, o quarto recebeu R$ 15 000,00. Quanto recebeu cada um dos herdeiros?

Exercício 4.57 (OBMEP - adaptada) Uma loja de roupas reduziu em $\frac{1}{10}$ o preço de uma camiseta, mas não conseguiu vendê-la. Na semana seguinte, reduziu em $\frac{1}{5}$ o novo preço, e a camiseta foi vendida por R$ 54,00. Qual era o preço original da camiseta?

Exercício 4.58 Douglas tem uma caixa de tomates. No domingo, $\frac{1}{8}$ dos tomates da caixa estragaram; na segunda-feira, estragou $\frac{1}{3}$ do que sobrou no domingo. Sobraram 70 tomates em boas condições. Qual o total de tomates que havia na caixa?

Exercício 4.59 (FUVEST) O valor numérico da expressão $\frac{a+b}{1-ab}$ para $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{3}$ é:

(a) 5. (b) 1. (c) 0. (d) 3. (e) 6.

Exercício 4.60 (VUNESP - Adaptado) Dois irmãos, João e Tomás, compraram, cada um, uma barra de chocolate. João dividiu sua barra em três pedaços iguais e pegou um. Depois, dividiu este pedaço em dois iguais e comeu um deles. Já Tomás dividiu sua barra em dois pedaços iguais e pegou um. Depois, dividiu este pedaço em três iguais e comeu um deles. Sabendo que as barras eram do mesmo tipo, quem comeu mais?

(a) João, porque a metade é maior que a terça parte.
(b) Tomás.
(c) Não se pode decidir, porque não se conhece o tamanho das barras de chocolate.
(d) Os dois comeram a mesma quantidade de chocolate.
(e) Não se pode decidir, porque a barra de chocolate não é redonda.

Exercício 4.61 (ESA-91) Um estudante gastou $\frac{1}{7}$ de seu salário com alimentação e $\frac{5}{6}$ do que sobrou com educação e outras despesas. Restaram, ainda, R$ 286, 34. O seu salário é de:

(a) R$ 3006,20.
(b) R$ 4004,16.
(c) R$ 2004,38.

(d) R$ 1736,40.
(e) R$ 2134,29.

Exercício 4.62 (ESA-86) Uma loja vendeu 2/5 de uma peça de tecido e depois 5/12 do restante. O que sobrou foi vendido por R$ 1400,00. Sabendo-se que o tecido foi vendido a R$ 5,00 o metro, o comprimento inicial da peça era de:

(a) 200 m.
(b) 400 m.
(c) 800 m.
(d) 1200 m.
(e) 1600 m.

Exercício 4.63 (CMF) Para o Desfile Cívico-Militar de 7 de setembro, o Colégio Militar de Fortaleza precisou deslocar o Batalhão Escolar para a Avenida Beira-Mar. Esse deslocamento foi realizado utilizando-se 18 ônibus com 50 lugares cada um. Em $\frac{1}{3}$ dos ônibus, $\frac{1}{10}$ dos lugares ficaram livres. Em $\frac{3}{4}$ do restante dos ônibus, dois lugares ficaram livres em cada um. Nos demais ônibus, ficou um lugar livre em cada um. Pode-se afirmar que o efetivo deslocado para a Avenida Beira-Mar poderia ter sido transportado em:

(a) 16 ônibus e sobraria exatamente um lugar livre em um ônibus.
(b) 16 ônibus e sobrariam exatamente dois lugares livres em um ônibus.
(c) 16 ônibus e sobrariam exatamente três lugares livres em um ônibus.
(d) 17 ônibus e sobraria exatamente um lugar livre em um ônibus.
(e) 17 ônibus e sobrariam exatamente dois lugares livres em um ônibus.

Exercício 4.64 (CMF) Doze amigas resolveram alugar uma casa de praia para passar uma temporada. Metade do aluguel foi pago no dia da assinatura do contrato, sendo o valor dividido igualmente por todas as doze amigas. O restante deveria ser pago no dia em que chegassem à casa, porém, no dia do passeio, três amigas desistiram. O restante do valor do aluguel teve, então, de ser dividido igualmente apenas entre aquelas amigas que compareceram. A fração do valor total do aluguel pago por cada uma das amigas que compareceu foi de:

(a) $\frac{7}{72}$. (b) $\frac{1}{18}$. (c) $\frac{1}{24}$. (d) $\frac{1}{6}$. (e) $\frac{2}{9}$.

FOLHA DE CÁLCULOS

FOLHA DE CÁLCULOS

FOLHA DE CÁLCULOS