

Material Estruturado

MATEMÁTICA



Autores:

Fernando Pimentel
Annelise Maymone

Revisor:

Antonio Caminha M. Neto

Colaboradores:

Equipe Cientista Chefe

Aritmética Elementar (A)

O sistema posicional
Adição e Subtração
Técnicas de cálculo mental
Os números relativos



Coordenadoria de
Formação Docente e
Educação a Distância
CED



GOVERNO DO
ESTADO DO CEARÁ
Secretaria da Educação


CIENTISTA CHEFE
EDUCAÇÃO


FUNCAP

1 | Adição e Subtração de Naturais

Desde pequenos, nos habituamos às operações da aritmética elementar (adição, subtração, multiplicação e divisão), que entram no nosso cotidiano quando realizamos pagamentos, preparamos listas de compras, controlamos o tempo, fazemos pesagens, etc. Nossa habilidade em efetuar essas operações vem, muitas vezes, das situações em que as empregamos no dia a dia, nas quais fazemos contas envolvendo apenas números pequenos. Com números maiores, contudo, qualquer um pode ter dificuldade com aritmética básica se não entender o mecanismo de funcionamento das operações. Assim, aqui revisamos a adição e a subtração, deixando a multiplicação e a divisão para o próximo material.

1.1 – Como representamos os números naturais

Para adicionar dois números, devemos, antes de tudo, saber como representá-los. Fazemos isso utilizando o *sistema de numeração decimal*, o qual permite representar todos os números naturais 0, 1, 2, 3, ..., 9, 10, 11, ... com *numerais* formados a partir de dez símbolos, os *algarismos decimais* 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

O sistema de numeração *decimal* tem este nome por usar apenas 10 algarismos e é *posicional* porque o valor de um algarismo em um dado número depende de sua posição. Assim, no numeral 343, o algarismo 3 à direita representa três unidades e o mesmo algarismo 3, agora à esquerda, representa trezentas unidades (três centenas). Logo,

$$343 = 300 + 40 + 3 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 3.$$

Da mesma forma,

$$\begin{aligned} 34343 &= 30000 + 4000 + 300 + 40 + 3 \\ &= 3 \times 10000 + 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 4 \times 10 + 3. \end{aligned}$$

Podemos expressar melhor as decomposições acima usando potências de 10, em que, por convenção,

$$\begin{aligned} 10^0 &= 1, \\ 10^1 &= 10, \\ 10^2 &= 100, \\ 10^3 &= 1000, \\ 10^4 &= 10000, \end{aligned}$$

e assim por diante. Logo, podemos escrever

$$\begin{aligned} 343 &= 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0, \\ 34343 &= 3 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0. \end{aligned}$$

Para facilitar a leitura de numerais grandes, eles são divididos em classes de três algarismos que, a partir da direita, são denominadas de classes das



unidades, milhares, milhões, bilhões, etc. Por sua vez, cada classe é dividida em três ordens, a saber, unidades, dezenas e centenas. Assim, o numeral

23.145.207

corresponde a duas dezenas de milhão, três unidades de milhão, uma centena de milhar, quatro dezenas de milhar, cinco unidades de milhar, duas centenas e sete unidades.

1.2 – Exercícios Resolvidos

Exercício 1.1 Como alguém pode pagar uma conta de R\$1327,00 a um comerciante que não dispõe de troco, utilizando 14 notas de R\$100,00, 9 cédulas de R\$10,00 e 9 moedas de R\$1,00?

Solução. Para pagar uma conta de R\$1327,00 nas condições acima, devemos usar 13 notas de R100,00, pois 14 notas de R\$100,00 inteiram um valor maior que a quantia devida, enquanto 12 notas de R\$100,00 deixam um débito de R\$127,00, que deve ser coberto por cédulas e moedas de R\$10,00 e R\$1,00, respectivamente, cujo valor total (em nosso caso) é de apenas R99,00. Como as 13 notas de R\$100,00 valem R\$1300,00, ficam faltando R\$27,00 para quitar a dívida. Com um argumento similar ao utilizado acima, esses 27 reais devem ser pagos com duas cédulas de R\$10,00 e sete moedas de R\$1,00. ■

Exercício 1.2 Em qual das alternativas abaixo o algarismo 5 do número listado tem o valor de 500 unidades?

- a) 135.120;
- b) 5.210;
- c) 20.501;
- d) 25.100.

Solução. Percorrendo os algarismos de um número a partir da direita, o algarismo 5 tem o valor de 5 unidades quando está na primeira posição, de 50 unidades quando ocupa a segunda posição, de 500 unidades quando se encontra na terceira posição, e assim por diante. Logo a alternativa que apresenta um número em que o algarismo 5 vale 500 unidades é a letra c). ■

Exercício 1.3 — Enem 2017. As empresas que possuem Serviço de Atendimento ao Cliente (SAC), geralmente informam ao cliente que utiliza o serviço um número de protocolo de atendimento. Esse número resguarda o cliente para eventuais reclamações e é gerado consecutivamente, de acordo com os atendimentos executados. Ao término do mês de janeiro de 2012, uma empresa registrou como último protocolo do SAC o número 390.978.467. Do início do mês de fevereiro até o final do mês de dezembro de 2012, foram abertos 22.580 novos números de protocolos. O algarismo que aparece na posição da dezena de milhar do último número de protocolo de atendimento registrado pela empresa em 2012 é:

- a) 0;

- b) 2;
- c) 4;
- d) 6;
- e) 8.



Solução. Antecipando a discussão das próximas seções, note que

$$390.978.467 + 22.580 = 391.001.047.$$

Assim, a posição referente à dezena de milhar (10.000) no número 391.001.047, que é a quinta posição da direita para a esquerda, é ocupada pelo algarismo 0. Logo, a alternativa correta é a letra a). ■

1.3 – O algoritmo da adição

Um *algoritmo* é uma sequência de instruções, isto é, uma *receita*, para resolver um problema ou calcular uma expressão.

No que segue, vamos descrever o *algoritmo da adição* a partir de alguns exemplos. Iniciamos com a soma $43 + 54$, para a qual temos que

$$\begin{aligned} 43 + 54 &= 4 \times 10 + 3 + 5 \times 10 + 4 \\ &= 4 \times 10 + 5 \times 10 + 3 + 4 \\ &= 9 \times 10 + 7 \\ &= 97. \end{aligned}$$

Efetuamos a adição acima usando a representação decimal dos números que estão sendo somados: somamos as unidades do primeiro número com as unidades do segundo e as dezenas do primeiro número com as dezenas do segundo. Mais precisamente, a primeira linha das igualdades acima traz a decomposição de cada um dos números em suas unidades e centenas: 43 é o mesmo que 4 dezenas e 3 unidades e 54 é o mesmo que 5 dezenas e 4 unidades. Em seguida, na segunda linha somamos separadamente as dezenas e as unidades dos números 43 e 54. Por sua vez, a terceira linha traz o resultado da adição efetuada na linha anterior (assim, por exemplo, 4 dezenas + 5 dezenas são 9 dezenas). Enfim, a quarta e última linha traz a representação decimal do resultado da adição.

O dispositivo prático usado para adicionar números consiste em posicioná-los um sobre o outro, de tal modo que os algarismos das unidades, dezenas, centenas, etc., dos números estejam em uma mesma coluna. Assim, as somas “unidade com unidade”, “dezena com dezena”, etc., são feitas somando os números de cada coluna, como se vê a seguir:

$$\begin{array}{r} 43 \\ +54 \\ \hline 97 \end{array}$$



Consideremos, agora, a soma $38 + 5$:

$$\begin{aligned}
 38 + 5 &= 3 \times 10 + 8 + 5 \\
 &= 3 \times 10 + 13 \\
 &= 3 \times 10 + 10 + 3 \\
 &= 3 \times 10 + 1 \times 10 + 3 \\
 &= 4 \times 10 + 3 \\
 &= 43.
 \end{aligned}$$

Na primeira linha, decomparamos o número 38 em 3 dezenas e 8 unidades. Na segunda linha, somamos as 8 unidades com as 5 unidades, obtendo 13 unidades. Portanto, ficamos com 3 dezenas e 13 unidades, mas não podemos escrever a representação decimal do resultado utilizando essa informação, uma vez que os algarismos decimais só vão até 9. Então, para resolver isso, na terceira linha decomparamos as 13 unidades em 1 dezena e três unidades. Como já havia três dezenas, ficamos agora com 4 dezenas e 3 unidades, como pode ser visto na quarta linha. Portanto, o resultado da adição é 4 dezenas e 3 unidades, ou seja, 43.

Usando o dispositivo da soma, escrevemos:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 38 \\
 + 5 \\
 \hline
 43
 \end{array}$$

Nele, iniciamos somando 8 e 5 na coluna da direita, obtendo 13. Como $13 = 1 \times 10 + 3$, levamos o algarismo que indica a quantidade de dezenas no número 13, ou seja, o algarismo 1, para a coluna da esquerda, que é a coluna das dezenas. Então adicionamos esse algarismo 1 ao 3, obtendo 4. Assim, perceba que o dispositivo prático é simplesmente uma maneira resumida de escrever a mesma coisa que fizemos anteriormente, usando as decomposições.

Finalizamos com mais um exemplo de adição, somando os números 307, 438 e 259. Temos o dispositivo prático

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 307 \\
 438 \\
 +259 \\
 \hline
 1004
 \end{array}$$

Para explicar porque vão 2 da coluna da direita para a coluna do meio e porque vai 1 da coluna do meio para a coluna da esquerda, efetuemos a adição usando as decomposições das parcelas 307, 438 e 259, como a seguir:

$$\begin{aligned}
 307 + 438 + 259 &= 3 \times 100 + 7 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 8 + 2 \times 100 + 5 \times 10 + 9 \\
 &= 3 \times 100 + 4 \times 100 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 10 + 7 + 8 + 9 \\
 &= 3 \times 100 + 4 \times 100 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 10 + 24 \\
 &= 3 \times 100 + 4 \times 100 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 10 + 2 \times 10 + 4 \\
 &= 3 \times 100 + 4 \times 100 + 2 \times 100 + 10 \times 10 + 4 \\
 &= 3 \times 100 + 4 \times 100 + 2 \times 100 + 1 \times 100 + 4 \\
 &= 10 \times 100 + 4 \\
 &= 1000 + 4 \\
 &= 1004.
 \end{aligned}$$

1.4 – Exercícios resolvidos

Exercício 1.4 Um comerciante vendeu 2004 quilos de café. No dia seguinte, ele vendeu mais 1678 quilos. Já no terceiro dia, vendeu apenas 927 quilos de café. Ao todo, quantos quilos de café o comerciante vendeu?



Solução. Devemos armar o dispositivo da soma e efetuar a adição $2004 + 1678 + 927$:

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 2004 \\
 1678 \\
 + 927 \\
 \hline
 4609
 \end{array}$$

Somamos primeiro a coluna das unidades, obtendo $4 + 8 + 7 = 19$. Como $19 = 1 \times 10 + 9$, vai 1 para a coluna das dezenas. Assim $1 + 7 + 2 = 10$ é a soma da coluna das dezenas (o 1 que veio da soma das colunas das unidades está colorido em azul). Conseqüentemente, vai 1 para a coluna das centenas, cuja soma é $1 + 6 + 9 = 16$. Por fim, vai 1 para a coluna das unidades de milhar, que soma $1 + 2 + 1 = 4$. ■

Exercício 1.5 Um fazendeiro mediu sua terra, de formato retangular, para cercá-la inteiramente com uma cerca de madeira. Quantos metros de cerca ele deverá fazer, se sua fazenda possui 1500 metros de largura por 2789 metros de comprimento?

- 3000 metros.
- 4289 metros.
- 8000 metros.
- 8578 metros.
- 9000 metros.



Solução. Antes de resolver o problema, devemos observar que um retângulo possui 4 lados. Os lados da frente e do fundo medem 1500 metros, pois essa



é a medida da largura do retângulo que forma o terreno. Então, esses dois lados medem, ao todo, $1500 + 1500 = 3000$ metros. Os dois lados da lateral do retângulo medem 2789 metros, que é a largura do terreno. Seu comprimento total é 5578 metros, pois

$$\begin{array}{r} 111 \\ 2789 \\ +2789 \\ \hline 5578 \end{array}$$

Assim, a metragem total da cerca que o comerciante deverá comprar é de $3000 + 5578 = 8578$ metros.

$$\begin{array}{r} 3000 \\ +5578 \\ \hline 8578 \end{array}$$

A alternativa correta é a da letra c). ■

Exercício 1.6 Na adição abaixo, símbolos iguais representam um mesmo algarismo. Substitua esses símbolos por algarismos, de modo que a adição tenha sentido.

$$\begin{array}{r} \triangle \\ \triangle \\ + \square \\ \hline \square \triangle \end{array}$$



Solução. Observe que a adição acima parece uma equação. De fato, fazendo uso das propriedades do sistema de numeração decimal, a adição equivale a

$$\triangle + \triangle + \square = 10 \times \square + \triangle,$$

ou seja, $\triangle = 9 \times \square$. Como \triangle é um algarismo, vale no máximo 9. Portanto, devemos necessariamente ter $\square = 1$, pois, se \square fosse maior que 1, então \triangle teria dois algarismos. Assim, $\triangle = 9$. ■

Exercício 1.7 — OBM. A adição a seguir está incorreta.

$$\begin{array}{r} 742586 \\ +829430 \\ \hline 1212016 \end{array}$$

Entretanto, se substituirmos todas as ocorrências de um certo algarismo a por outro algarismo b , a conta ficará correta. Qual é o valor de $a + b$?

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.



Solução. Começamos efetuando a adição pelo algoritmo da adição, para descobrir a partir de que coluna a soma está incorreta. A primeira coluna dá direita nos dá $6 + 0 = 6$ (correto). A coluna a seguir traz $8 + 3 = 11$, o que nos

faz, no resultado, escrever 1 na coluna das dezenas e levar 1 para a coluna das centenas (correto). A seguir, somamos $1 + 5 + 4 = 10$, escrevemos 0 no total e levamos 1 para a próxima coluna da direita (correto). A soma da próxima coluna então é $1 + 2 + 9 = 12$, e vai 1 de novo (correto). Na adição feita na quinta coluna aparece o primeiro erro, pois $1 + 4 + 2 = 7$ mas, no resultado, há um algarismo 1 nessa coluna. Assim, na quinta coluna temos de trocar ou o algarismo 4, ou o algarismo 2 ou o algarismo 1.

Se trocarmos o 4, devemos trocá-lo por 8 (pois $1 + 8 + 2 = 11$), mas isso estraga a adição feita na terceira coluna. Se trocarmos o 2, devemos trocá-lo por 6 (pois $1 + 4 + 6 = 11$), e veja que isso não estraga nem a adição da quarta coluna (pois $1 + 6 + 9 = 16$) nem a da sexta coluna (pois $1 + 7 + 8 = 16$). Assim, essa é a substituição indicada, a qual nos dá

$$\begin{array}{r} 746586 \\ +869430 \\ \hline 1616016 \end{array}$$

Portanto, $a = 2$ e $b = 6$, de forma que $a + b = 8$. A alternativa correta é a letra c). ■

1.5 – Os algoritmos para subtração

Numa subtração, um certo número (o *subtraendo*) é retirado de um número maior (o *minuendo*), deixando um *resto* ou *diferença*:

$$\text{minuendo} - \text{subtraendo} = \text{resto ou diferença.}$$

A seguir, usamos alguns exemplos para recordar os dois algoritmos mais comuns para subtrações.

Começando com $437 - 25$, temos que

$$\begin{aligned} 437 - 25 &= 4 \times 100 + 3 \times 10 + 7 - (2 \times 10 + 5) \\ &= 4 \times 100 + 3 \times 10 + 7 - 2 \times 10 - 5 \\ &= 4 \times 100 + 3 \times 10 - 2 \times 10 + 7 - 5 \\ &= 4 \times 100 + 1 \times 10 + 2 \\ &= 412. \end{aligned}$$

Essas manipulações são efetuadas automaticamente quando se emprega o dispositivo prático de subtração:

$$\begin{array}{r} 437 \\ - 25 \\ \hline 412 \end{array}$$

Observe que, no dispositivo acima, pomos o minuendo sobre o subtraendo e fazemos a subtração por colunas, da direita para a esquerda. Assim, como $7 - 5 = 2$, escrevemos 2 na primeira coluna, sob a barra do dispositivo. Em seguida, efetuamos $3 - 2 = 1$ e pomos 1 abaixo da barra, na segunda coluna. Ao examinar a terceira coluna, encontramos um 4 na sua entrada superior e um espaço em branco logo abaixo do algarismo 4; encaramos esse espaço em branco como um 0 e calculamos $4 - 0 = 4$, pondo 4 abaixo da barra.



coluna, somando 1 ao subtraendo na segunda coluna; essa operação é indicada pelo 1 do lado esquerdo do algarismo 1 na segunda coluna. A seguir, fazemos as subtrações $2 - 2 = 0$ e $6 - 4 = 2$, colocando esses resultados sob a barra, nas respectivas colunas.

Novamente, em termos de representações decimais, o que fizemos acima foi o seguinte:

$$\begin{aligned}
 625 - 419 &= 6 \times 100 + 2 \times 10 + 5 - (4 \times 100 + 1 \times 10 + 9) \\
 &= 6 \times 100 + 2 \times 10 + 5 + (10 - 10) - (4 \times 100 + 1 \times 10 + 9) \\
 &= 6 \times 100 + 2 \times 10 + 5 + 10 - (4 \times 100 + 1 \times 10 + 1 \times 10 + 9) \\
 &= 6 \times 100 + 2 \times 10 + 15 - (4 \times 100 + 2 \times 10 + 9) \\
 &= (6 \times 100 - 4 \times 100) + (2 \times 10 - 2 \times 10) + (15 - 9) \\
 &= 2 \times 100 + 0 \times 10 + 6 \\
 &= 206.
 \end{aligned}$$

Assim, na segunda linha somamos e subtraímos 10 unidades, o que não modifica o resultado total da operação. Por sua vez, as 10 unidades somadas à segunda linha são adicionadas ao 5 em azul do minuendo, totalizando 15 unidades, que aparecem em laranja na quarta linha. As 10 unidades que são subtraídas na segunda linha são adicionadas ao subtraendo, aumentando em uma unidade seu algarismo das dezenas. Observe nessas manipulações as operações efetuadas automaticamente no dispositivo de subtração por compensação.

1.6 – Como somar e subtrair sem caneta e papel

Depois de rever os algoritmos de adição e subtração, vamos rever algumas estratégias de *cálculo mental*, isto é, técnicas que muita gente usa para realizar adições e subtrações com muito mais rapidez do que empregando caneta e papel.

Mas porque fazer isso, se dispomos de calculadoras? Ora, o exercício de manipular números mentalmente facilita a aprendizagem das relações entre eles e, assim, da Matemática como um todo; ele também serve para desenvolver em você uma *intuição sobre ordens de grandeza* indispensável à vida no mundo moderno.

O grande segredo do cálculo mental das adições e subtrações está em *inverter a ordem* das operações: ao invés de somar ou subtrair da direita para a esquerda usando os dispositivos de adição ou subtração, para fazer cálculos mentais é mais eficiente *somar ou subtrair a partir da esquerda*, levando em conta as potências de 10 que multiplicam os algarismos.

Por exemplo, para somar 63 com 32, começamos escrevendo 32 como $30 + 2$; em seguida, calculamos (mentalmente, não esqueça!) $63 + 30 = 93$ e, depois, juntamos o 2 que separamos, obtendo $93 + 2 = 95$. Em resumo, fazemos mentalmente o seguinte:

$$63 + 32 = 63 + (30 + 2) = (63 + 30) + 2 = 93 + 2 = 95.$$

Para outro exemplo, podemos somar mentalmente 87 com 52 primeiro escrevendo $87 = 80 + 7$ e $52 = 50 + 2$, depois calculamos $80 + 50 = 130$ e $7 + 2 = 9$ e, por fim, fazemos $130 + 9 = 139$. Em resumo:

$$87 + 52 = (80 + 7) + (50 + 2) = (80 + 50) + (7 + 2) = 130 + 9 = 139.$$



Mais um exemplo: quanto é $37 + 95$? Nesse caso, podemos começar fazendo $37 + 90 = 127$ (o 7 não muda, graças ao 0 em 90; por isso, podemos deixá-lo em seu lugar e simplesmente somar $3 + 9 = 12$); em seguida, somamos o 5 que foi separado, obtendo $127 + 5 = 132$. Novamente resumindo:

$$37 + 95 = 37 + (90 + 5) = (37 + 90) + 5 = 127 + 5 = 132.$$

A adição sem caneta e papel de números com três ou mais algarismos é feita pelo mesmo método. Por exemplo, podemos calcular a soma $628 + 337$ em três etapas: primeiro, escrevemos (mentalmente!) $337 = 300 + 30 + 7$; em seguida, somamos sucessivamente $628 + 300 = 928$, $928 + 30 = 958$, $958 + 7 = 965$. Na sua mente, essa solução deve *soar* assim:

$$628 \text{ mais } 300 \text{ é } 928, \text{ mais } 30 \text{ é } 958, \text{ mais } 7 \text{ é } 965.$$

Analogamente, somamos 206 com 528 “dizendo” mentalmente:

$$206 \text{ mais } 500 \text{ é } 706, \text{ mais } 20 \text{ é } 726, \text{ mais } 8 \text{ é } 734.$$

Quanto a subtrações, calculamos $58 - 35$ efetuando sucessivamente as subtrações $58 - 30 = 28$ e $28 - 5 = 23$. No final das contas, o que estamos fazendo é

$$58 - 35 = 58 - (30 + 5) = (58 - 30) - 5 = 28 - 5 = 23.$$

Para outro exemplo, calculamos $236 - 157$ em três etapas: $236 - 100 = 136$, $136 - 50 = 86$ e $86 - 7 = 79$.

Às vezes, também podemos usar subtrações para ajudar no cálculo mental de adições. Por exemplo, para efetuar $436 + 728$, podemos “escrever”

$$\begin{aligned} 436 + 728 &= (500 - 14) + (760 - 2) = (500 + 760) - (14 + 2) \\ &= 1260 - 16 = 1260 - 10 - 6 \\ &= 1250 - 6 = 1244. \end{aligned}$$

Exercício 1.8 Efetue mentalmente as adições e subtrações indicadas usando as técnicas apresentadas nos exemplos acima:

- a) $43 + 26$. b) $72 + 27$. c) $54 + 65$. d) $87 + 35$.
 e) $53 + 78$. f) $39 + 85$. g) $88 + 28$. h) $91 - 15$.
 i) $17 + 61$. j) $42 + 78$. k) $93 - 25$. l) $58 + 67$.
 m) $45 + 67$. n) $29 + 56$. o) $91 - 64$. p) $88 + 99$.

1.7 – Números inteiros

Os números naturais (1, 2, 3, ...) são rotineiramente associados a quantidades (por exemplo, 1 casa, 13 aviões, etc), o número 0 pode ser associado à ausência de quantidade (por exemplo, 0 faltas) e os números negativos à falta de uma certa quantidade de algo (por exemplo, -10 reais pode representar um saldo negativo de 10 reais numa conta bancária). Assim, os inteiros negativos são -1, -2, -3,....

Dizemos que os pares de números -1 e 1, -2 e 2, etc., são *opostos* ou *simétricos*. O simétrico de 0 é o próprio 0 e o *valor absoluto* ou *módulo* de um



número inteiro p , denotado $|p|$ é o oposto de p , se p é negativo, e o próprio número p , caso contrário. Por exemplo, $|-3| = 3$, $|0| = 0$ e $|34| = 34$.

Ao juntarmos os números negativos ao conjunto dos números naturais e ao zero formamos o conjunto dos *números inteiros relativos* ou, simplesmente, o conjunto dos *números inteiros*. Representamos esse conjunto por \mathbb{Z} .

Adicionamos pares de números inteiros interpretando o resultado em termos de lucros e perdas, como ilustrado nos exemplos a seguir:

- i) quem tem 1000 reais e deve 500 reais na verdade só tem 500 reais. Por isso, $1000 + (-500) = -500 + 1000 = 1000 - 500 = 500$;
- ii) quem tem 500 reais consigo mas deve 900 reais pode amortizar a dívida em 500 reais mas ainda ficará com um débito de 400 reais. Logo, $500 + (-900) = -900 + 500 = -400$;
- iii) obviamente, quem deve 1000 reais ao banco e 500 ao fornecedor tem uma dívida conjunta de 1500 reais. Então, $-1000 + (-500) = -500 + (-1000) = -1500$;
- iv) por fim, se tenho 300 reais na carteira e 2000 reais no banco, disponho do total de 2300 reais, visto que $300 + 2000 = 2000 + 300 = 2300$.

Nos exemplos acima, notamos que não importa a ordem em que registramos lucros e prejuízos, o que interessa é o que resta no final. Assim, a adição de inteiros também é comutativa, e não precisamos mais fazer diferença entre minuendo e subtraendo.

Também podemos definir os números inteiros a partir da *distância orientada* dos pontos de uma reta até um ponto distinguido dessa reta, que chamamos de *origem*. A origem divide a reta em duas semirretas, uma das quais (o semieixo positivo) também é distinguida. Os pontos da reta são, então, determinados a partir de sua *distância orientada* até a origem. Assim, na Fig. 1.1 o semieixo positivo é a semirreta à direita da origem (o ponto marcado com um 0). Já a distância orientada entre do ponto q ao ponto p (nessa ordem) é a distância entre esses pontos, que recebe sinal positivo se p está à direita de q e negativo se está à esquerda. Assim, $5 - (-3)$ é a distância orientada do ponto -3 ao ponto 5. Como 5 está à direita de -3 , então $5 - (-3) = 8$. Analogamente, como $-2 - 1$ é a distância orientada ente os pontos -2 e 1, temos $-2 - 1 = -3$.

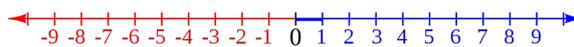
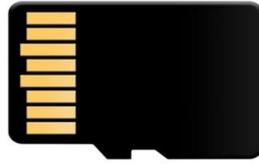


Figura 1.1: (autor: [Hakunamenta](#))

1.8 – Exercícios resolvidos

Exercício 1.9 Carlos, que tem um telefone celular com memória total interna de 128 Gigabytes (GB), comprou um cartão de memória de 64 GB. Quando Carlos inserir esse cartão no seu telefone, qual passará a ser a nova memória total interna?





- a) 128 GB.
- b) 160 GB.
- c) 182 GB.
- d) 192 GB.
- e) 256 GB.



Solução. Basta efetuar a adição de 128 e 64:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 128 \\ + 64 \\ \hline 192 \end{array}$$

Portanto, a alternativa correta é a d). ■

Exercício 1.10 João foi a uma loja e comprou um computador, um telefone celular e um relógio digital. Sabendo que estes itens custaram, respectivamente, R\$ 4.566,00, R\$ 2.733,00 e R\$ 589,00, quanto João gastou nesta compra?



- a) R\$ 6778,00.
- b) R\$ 6788,00.
- c) R\$ 6888,00.
- d) R\$ 7888,00.
- e) R\$ 8888,00.



Solução. Precisamos efetuar a soma de 4566, 2733 e 589:

$$\begin{array}{r} 111 \\ 4566 \\ + 2733 \\ + 589 \\ \hline 7888 \end{array}$$

Portanto, João gastou R\$ 7.888,00 na compra, o que indica que alternativa correta é a d). ■

Exercício 1.11 Na conta abaixo, cada letra representa um algarismo não nulo. Qual é o algarismo representado pela letra C?

$$\begin{array}{r} U F C \\ + \quad U F \\ \hline 5 0 1 \end{array}$$

- a) 1.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 6.
- e) 7.



Solução. Sabendo que os algarismos são todos não nulos, podemos observar que:

- Somando os algarismos das unidades, obtemos $C + F = 11$, ou seja, C e F são tais que na casa das unidades do resultado fica um e vai um;
- Somando os algarismos das dezenas, obtemos $1 + F + U = 10$, ou seja, F e U são tais que na casa das dezenas do resultado fica zero e vai um;
- Somando os algarismos das centenas, obtemos $1 + U = 5$.

Assim, $U = 5 - 1 = 4$, $F = 10 - 1 - U = 5$ e $C = 11 - F = 6$. Portanto, a alternativa correta é a d). ■

Exercício 1.12 — OBMEP. Na conta abaixo, cada letra representa um algarismo diferente. Qual é o algarismo representado pela letra P?

$$\begin{array}{r} O B M E P \\ + \quad O B M \\ \hline 2 0 0 0 0 \end{array}$$

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.



Solução. Sabendo que os algarismos são todos diferentes, observamos que:

- Somando os algarismos das unidades, obtemos $P + M = 10$, ou seja, P e M são tais que na casa das unidades do resultado fica zero e vai um;
- Somando os algarismos das dezenas, obtemos $1 + E + B = 10$, ou seja, E e B são tais que na casa das dezenas do resultado fica zero e vai um;
- Somando os algarismos das centenas, obtemos $1 + M + O = 10$, ou seja, M e O são tais que na casa das centenas do resultado fica zero e vai um;
- Somando os algarismos unidades de milhar, obtemos $1 + B = 10$, ou seja, B é tal que na casa das unidades de milhar do resultado fica zero e vai um;
- Somando os algarismos das dezenas de milhar, obtemos $1 + O = 2$.

Assim, $O = 2 - 1 = 1$, $B = 10 - 1 = 9$, $M = 10 - 1 - O = 8$, $E = 10 - 1 - B = 0$, e $P = 10 - M = 2$. Portanto, a alternativa correta é a b). ■

Exercício 1.13 Na subtração abaixo, cada letra representa um algarismo não nulo. Qual é o algarismo representado pela letra C?

$$\begin{array}{r} 711 \\ - AB \\ \hline ABC \end{array}$$

- a) 5.
- b) 6.
- c) 7.
- d) 8.
- e) 9.



Solução. Inicialmente, observemos que a subtração $701 - AB = ABC$ é equivalente à soma $ABC + AB = 711$, ou seja,

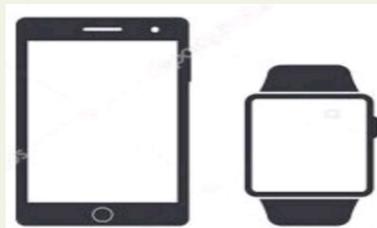
$$\begin{array}{r} ABC \\ + AB \\ \hline 711 \end{array}$$

Desta forma, sabendo que os algarismos são todos não nulos, podemos observar que:

- Somando os algarismos das unidades, obtemos $C + B = 11$, ou seja, C e B são tais que na casa das unidades do resultado fica um e vai um;
- Somando os algarismos das dezenas, obtemos $1 + B + A = 11$, ou seja, B e A são tais que na casa das dezenas do resultado fica um e vai um;
- Somando os algarismos das centenas, obtemos $1 + A = 7$.

Assim, $A = 7 - 1 = 6$, $B = 11 - 1 - A = 4$ e $C = 11 - B = 7$. Portanto, a alternativa correta é a c). ■

Exercício 1.14 Felipe entrou numa loja de eletrônicos com R\$5.000,00 e comprou um *tablet* e um relógio digital. Sabendo que esses itens custaram, respectivamente, R\$ 3.187,00 e R\$ 839,00, quanto do dinheiro de Felipe sobrou?



- a) R\$ 974,00.
- b) R\$ 1.813,00.
- c) R\$ 1.974,00.
- d) R\$ 2.974,00.
- e) R\$ 4.161,00.



Solução. Efetuando a soma dos valores, em reais, dos itens que Felipe comprou, obtemos

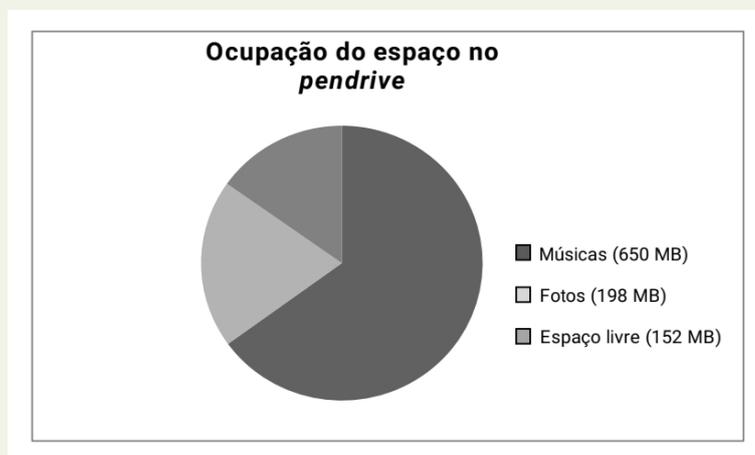
$$\begin{array}{r} 111 \\ 3187 \\ + 839 \\ \hline 4026 \end{array}$$

Portanto, Felipe gastou R\$ 4.026,00 na compra. Visto que ele tinha R\$ 5.000,00, a subtração

$$5000 - 4026 = (1 + 4999) - (4025 + 1) = 4999 - 4025 = 974$$

nos dá o valor, em reais, do restante do dinheiro de Felipe. Assim, a alternativa a) é a correta. ■

Exercício 1.15 — PISA - Adaptado. Um *pendrive* é um pequeno periférico removível que permite o armazenamento de dados. Ivan possui um *pendrive* com capacidade de 1 GB (= 1000 MB), para arquivar suas músicas e fotos. O diagrama abaixo apresenta a ocupação atual do espaço de seu *pendrive*:



Ivan deseja transferir um álbum de fotos de 350 MB para seu *pendrive*, porém o espaço não é suficiente. Ele não quer apagar fotos, mas gostaria de apagar, no máximo, dois álbuns de músicas. Eis os tamanhos dos álbuns de músicas arquivadas no *pendrive* de Ivan:

Álbum	Tamanho
Álbum 1	100 MB
Álbum 2	75 MB
Álbum 3	80 MB
Álbum 4	55 MB
Álbum 5	60 MB
Álbum 6	80 MB
Álbum 7	75 MB
Álbum 8	125 MB

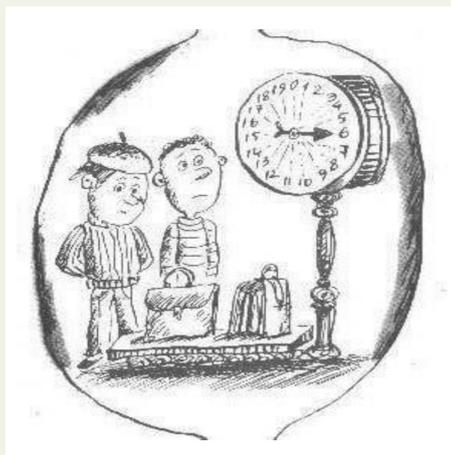
Apagando no máximo dois álbuns de músicas Ivan pode liberar espaço suficiente em seu *pendrive* para adicionar o álbum de fotos?

- Não. Ivan só conseguirá liberar espaço se apagar todos os álbuns de músicas.
- Não. Ivan só conseguirá liberar espaço se apagar pelo menos três álbuns de músicas.
- Sim. Ivan conseguirá liberar espaço, mas a única opção é apagar os álbuns de músicas 1 e 8.
- Sim. Ivan conseguirá liberar espaço, mas as únicas opções são apagando os álbuns de músicas 1 e 8, 3 e 8 ou 6 e 8.
- Sim. Ivan conseguirá liberar espaço, e as opções são apagar os álbuns de músicas 1 e 8, 3 e 8, 6 e 8, 2 e 8 ou 7 e 8.



Solução. Visto que o *pendrive* de Ivan tem apenas 152 MB de espaço livre, para transferir o álbum de 350 MB ele precisa deletar $350 - 152 = 198$ MB. Assim, Ivan precisa escolher dois álbuns de músicas que somem, pelo menos, 198 MB. Observando a tabela, vê-se que cada um dos pares de álbuns apresentados no item (e) somam 200 MB, pelo menos. ■

Exercício 1.16 — Círculos Matemáticos de Moscou. João e Cândido estão usando uma balança de mola para pesar suas mochilas.



Quando pesadas separadamente, a balança mostra 3 kg e 2 kg; quando são pesadas juntas, a balança mostra 6 kg.

- “Isto não pode estar certo”, disse Cândido. “Dois mais três não é igual a seis!”
- “Você não está vendo?”, respondeu João. “O ponteiro da balança não está no zero.”

Quanto as mochilas pesam de fato?

- 2 kg e 1 kg.
- 3 kg e 2 kg.
- 4 kg e 3 kg.
- 5 kg e 4 kg.
- 6 kg e 5 kg.



Solução. Se X é o valor exibido na balança quando nenhum peso está sobre ela, então as informações apresentadas podem ser expressas assim:

- Quando a mochila de João é pesada, a balança mostra seu peso real somado a X (veja que, se X for negativo, então isso significa que a balança mostra menos que o peso real). Portanto, o peso real da mochila de João é $3 - X$.
- Quando a mochila de Cândido é pesada, a balança mostra seu peso real somado a X (novamente aqui, se X for negativo, então isso significa que a balança mostra menos que o peso real). Portanto, o peso real da mochila de Cândido é $2 - X$.
- Quando as duas mochilas são pesada juntas, a balança mostra a soma de seus pesos reais acrescida de X . Portanto, a soma dos pesos reais das mochilas é $6 - X$.

Assim,

$$6 - X = (3 - X) + (2 - X) = 5 - 2X,$$

o que nos dá $2X - X = 5 - 6$, isto é, $X = -1$. Portanto, as mochilas de João e Cândido pesam, efetivamente, $3 - (-1) = 4$ kg e $2 - (-1) = 3$ kg, respectivamente. A alternativa correta é c). ■

1.9 – Exercícios propostos

Nível 1

Exercício 1.17 Calcule a soma das parcelas nos itens abaixo:

- a) 15, 36, 19, 21, 57.
- b) 35, 1594, 307, 86, 73.
- c) 830, 851, 114, 1024.
- d) 341, 715, 219, 13, 716, 2312, 4766.

Exercício 1.18 Um vendedor ambulante chegou ao final do dia e resolveu conferir suas vendas. Em dinheiro, ele recebeu R\$ 1.243,00 e, no cartão, recebeu R\$ 985,00. Levando em conta tudo o que ele recebeu, qual seu total das vendas?

- a) R\$ 1.985,00.
- b) R\$ 2.085,00.
- c) R\$ 2.143,00.
- d) R\$ 2.185,00.
- e) R\$ 2.228,00.

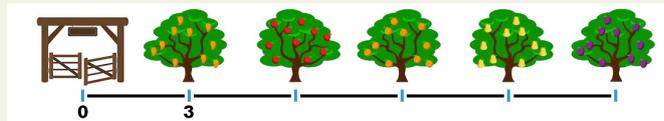
Exercício 1.19 Lucas visitou uma livraria e pesquisou preços de várias coisas que precisava. As mochilas custavam R\$100,00, os cadernos R\$10,00 e os lápis R\$1,00. Quanto Lucas pagou pela compra que fez, sabendo-se que ele escolheu duas mochilas, cinco cadernos e nove lápis?



- a) R\$159,00.
- b) R\$209,00.
- c) R\$259,00.
- d) R\$295,00.



Exercício 1.20 — SAERS. Jeremias plantou uma fileira de cinco árvores frutíferas, distanciadas três metros uma da outra. Veja, abaixo, a representação dessas árvores. Sabendo que a primeira árvore também se situa a três metros da porteira, pergunta-se: qual é a distância entre a quinta árvore e a porteira?



- a) 15.
- b) 12.
- c) 9.
- d) 6.

Exercício 1.21 Em uma pesquisa feita com telespectadores, 135 disseram que preferem a novela das 6 horas, 158 preferem a novela das 7 horas, 349 preferem a novela das 8 horas e 87 não gostam de nenhuma novela. Qual foi o número de pessoas entrevistadas?

- a) 642.
- b) 709.
- c) 729.
- d) 730.
- e) 829.

Exercício 1.22 Semana passada consegui ler um livro do início da página 185 até o final da página 437. Que número de páginas desse livro consegui ler naquela semana?

- a) 623 páginas.
- b) 438 páginas.
- c) 348 páginas.
- d) 338 páginas.
- e) 253 páginas.

Exercício 1.23 Roberto nasceu em 1972. Escolha a alternativa que corresponde a quantos anos ele fez no ano de 2017.

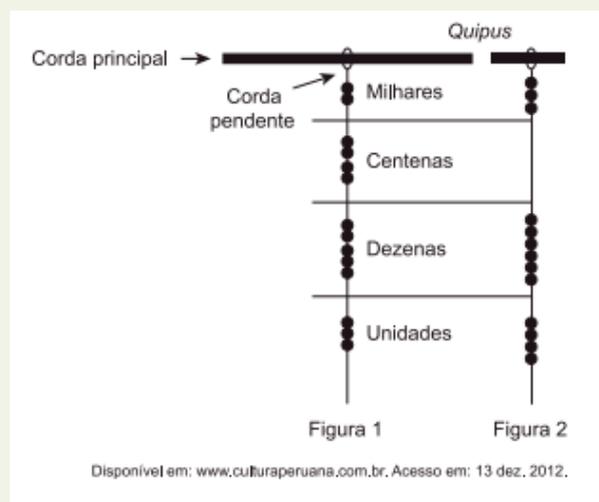
- a) 45 anos.
- b) 55 anos.
- c) 64 anos.
- d) 108 anos.

Exercício 1.24 Pelo Censo de 2000, a população de uma cidade mineira era de 112.412 habitantes. Pelo Censo em 2010, foi verificado que a população da mesma cidade aumentou, passando a ser de 124.070 habitantes. Qual foi o aumento de habitantes da cidade dessa década?

Exercício 1.25 Um automóvel passou pelo quilômetro 585 de uma rodovia. Ele deve chegar a seu destino no quilômetro 883. Quantos quilômetros de estrada ainda deve percorrer para chegar a seu destino?

Nível 2

Exercício 1.26 — Enem 2014. Os incas desenvolveram uma maneira para registrar quantidades e representar números utilizando um sistema de numeração decimal posicional: um conjunto de cordas que tem nós, denominado quipus. O quipus era feito de uma corda matriz, ou principal (mais grossa que as demais), na qual eram penduradas outras cordas, mais finas, de diferentes tamanhos e cores (cordas pendentes). De acordo com a sua posição, os nós significavam unidades, dezenas, centenas e milhares. Na Figura 1, o quipus representa o número decimal 2.453. Para representar o “zero” em qualquer posição, não se coloca nenhum nó.



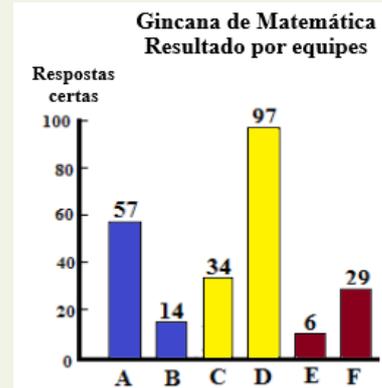
Qual é o número da representação do quipus da Figura 2, em base decimal?

- a) 364.

- b) 463.
- c) 3.064.
- d) 3.640.
- e) 4.603.

Exercício 1.27 Uma certa escola organizou uma gincana de Matemática que foi disputada por 3 equipes, formadas por 2 alunos cada uma. Ao final da gincana, foi construído um gráfico com os resultados obtidos por cada equipe. Os alunos, A, B, C, D, E, F, conseguiram as pontuações indicadas no gráfico abaixo. Sabendo que a equipe azul era formada pelos alunos A e B, a equipe amarela pelos alunos C e D e a equipe vermelha pelos alunos E e F, pergunta-se: quantos pontos fez a equipe vencedora?

- a) 131 pontos.
- b) 97 pontos.
- c) 71 pontos.
- d) 35 pontos.
- e) 29 pontos.



Exercício 1.28 Calcule as somas a seguir, sem usar caneta e papel:

- a) $453 + 206$.
- b) $772 + 217$.
- c) $254 + 635$.
- d) $870 + 435$.
- e) $153 + 788$.
- f) $390 + 815$.
- g) $888 + 289$.
- h) $115 + 99$.
- i) $177 + 681$.
- j) $645 + 718$.
- k) $393 + 254$.
- l) $558 + 689$.
- m) $175 + 367$.
- n) $229 + 560$.
- o) $710 + 67$.
- p) $188 + 57$.

Exercício 1.29 Otávio comprou 456 doces para seu casamento. Desses doces, os convidados consumiram 367, os noivos guardaram 72 e o restante foi distribuído entre os garçons. Quantos doces foram distribuídos entre os garçons?

- a) 27 doces.
- b) 18 doces.
- c) 17 doces.
- d) 15 doces.
- e) 14 doces.

Exercício 1.30 A conta de Vivian tinha um saldo positivo de R\$ 850,00, e ela não poderia ficar negativa. Vivian teve de pagar R\$ 142,00 da conta de água, R\$ 198,00 da conta de luz, R\$ 48,00 da conta do celular, R\$ 100,00 das compras de mercado e R\$ 35,00 de transporte. Qual o novo saldo da

conta de Vivian?

- a) R\$ 525,00.
- b) R\$ 469,00.
- c) R\$ 427,00.
- d) R\$ 375,00.
- e) R\$ 327,00.

Exercício 1.31 Em um jogo, a pontuação é contada de acordo com o número de fichas que cada jogador obtém. Fichas pentagonais valem 1000 pontos, fichas quadradas valem 100 pontos, fichas redondas valem 10 pontos e fichas triangulares valem 1 ponto. Nas opções a seguir, as fichas ao lado do nome de cada jogador são aquelas que ele ganhou. Quem ganhou o jogo e quantos pontos fez cada jogador?

- a) José: 
- b) Joaquim: 
- c) Joel: 
- d) João: 
- e) Jeremias: 

Exercício 1.32 Um marido é 10 anos mais velho que sua esposa. Esta, por sua vez, tinha 22 anos quando o filho deles nasceu. O filho do casal tinha 8 anos quando sua irmã nasceu. Esta última fez 6 anos ontem. Qual é a idade do marido?

- a) 42 anos.
- b) 44 anos.
- c) 46 anos.
- d) 48 anos.

Exercício 1.33 Um certo asteroide é visível da Terra a olho nu a cada 67 anos, tendo sido visto pela última vez no ano de 1954. Qual é o primeiro ano de nosso século em que ele tornará a ser visto a olho nu de nosso planeta?



- a) 1987.
- b) 2008.
- c) 2021.

- d) 2045.
- e) 2088.

Exercício 1.34 Uma montadora de automóveis produziu, no primeiro trimestre, 9.905 automóveis. No segundo trimestre, a montadora produziu 10.365 automóveis. Quantos automóveis foram produzidos, no segundo trimestre, a mais que no primeiro?

Exercício 1.35 Numa biblioteca com 5.984 livros, 927 são sobre Literatura. Quantos livros não são sobre Literatura?

Nível 3

Exercício 1.36 Num jogo de futebol americano, os “Caçadores” venceram os “Gladiadores” por uma diferença de 59 pontos. Se os “Caçadores” fizeram 163 pontos, quantos pontos fizeram os “Gladiadores”?

- a) 59 pontos.
- b) 63 pontos.
- c) 80 pontos.
- d) 104 pontos.
- e) 222 pontos.

Exercício 1.37 — OBMEP - adaptada. Numa adição de 7 parcelas foram adicionadas 3 unidades a cada uma das parcelas. Na nova operação, o que ocorre com a soma original das parcelas?

- a) Não se altera.
- b) É acrescida de 3 unidades.
- c) É acrescida de 7 unidades.
- d) É acrescida de 21 unidades.
- e) É acrescida de 3 parcelas.

Exercício 1.38 No Dia dos Pais, numa promoção, uma camisa e uma calça custavam, juntas, R\$ 190,00. Sabendo que a camisa custava R\$ 30,00 a mais que a calça, qual era o preço da camisa?

- a) R\$ 190,00.
- b) R\$ 110,00.
- c) R\$ 80,00.
- d) R\$ 30,00.

Exercício 1.39 O visor das calculadoras comuns possui espaço máximo para oito algarismos. Se digitarmos nela o maior número possível e, em seguida,

subtraímos dele o maior número par possível, a que resultado chegaremos?

- a) 0.
- b) 1.
- c) 2.
- d) 3.
- e) 4.

Exercício 1.40 Em uma igreja existem 150 suportes individuais para velas, cada um destinado a uma única vela. Dos 113 romeiros que chegaram a essa igreja, cada um com uma vela, apenas 95 conseguiram chegar até os suportes de vela. Quantos suportes deixaram de receber uma vela? Suponha que não haja nem velas nem suportes além dos citados.

- (a) 55 suportes.
- (b) 95 suportes.
- (c) 113 suportes.
- (d) 208 suportes.
- (e) 245 suportes.

Exercício 1.41 — UFRGS. O dispensador de dinheiro do caixa eletrônico de um banco foi abastecido apenas com cédulas de R\$5,00 e de R\$20,00. Um cliente, ao realizar um saque, constatou que o dispensador liberou 6 cédulas, dentre as quais havia pelo menos uma de cada valor. Com base nesses dados, é correto afirmar que a única alternativa que apresenta uma quantia que poderia ter sido sacada pelo cliente é:

- a) R\$ 90,00.
- b) R\$ 95,00.
- c) R\$ 100,00.
- d) R\$ 110,00.
- e) R\$ 120,00.

Exercício 1.42 Segundo o Censo do IBGE, a população residente em Fortaleza era de 2.452.185 habitantes em 2010. Estima-se que até 2020 essa população tenha um aumento de 250.000 habitantes. Assim, espera-se que o número de habitantes de Fortaleza em 2020 seja de, aproximadamente:



- (a) 2.377.215.
- (b) 2.477.435.
- (c) 2.479.685.

- (d) 2.522.185.
(e) 2.700.000.

Exercício 1.43 Para pagar uma conta, Débora apresentou ao caixa uma nota de R\$ 50,00 reais. Contudo, ele lhe disse que o dinheiro não era suficiente, e então Débora lhe deu outra nota de R\$ 50,00. O caixa devolveu-lhe um troco de R\$ 27,00, mas Débora percebeu que ainda faltavam R\$ 9,00 reais de troco. Qual foi o valor da compra que Débora efetuou?

Nível 4

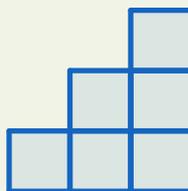
Exercício 1.44 Pedro e seu pai, em certo momento, tinham idades com algarismos invertidos: Pedro tinha 14 anos, enquanto seu pai tinha 41 anos. Supondo que isso aconteceu em 1998, em que ano essa coincidência voltou a acontecer?

Exercício 1.45 Na conta abaixo, se substituirmos os símbolos por algarismos de maneira que ela faça sentido (símbolos iguais representando um mesmo algarismo), então $\triangle + \square$ é igual a:

$$\begin{array}{r} \triangle \\ \triangle \\ \triangle \\ \triangle \\ + \square \\ \hline \square \triangle \end{array}$$

- a) 15.
b) 14.
c) 13.
d) 12.
e) 11.

Exercício 1.46 De quantas maneiras podemos colocar números de 1 a 5 em cada um dos quadrados abaixo, de tal forma que a soma dos números nos quadrados seja 25 e que em cada linha ou coluna de quadrados nenhum número se repita?



- a) 2.
b) 3.

- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.

Exercício 1.47 O Táler (plural táleres) é a moeda oficial de um país distante. Nesse país, existem notas de 1, 2, 3, 4 e 5 táleres. De quantas maneiras se pode pagar uma conta de 25 táleres usando exatamente 6 cédulas?



- a) 5.
- b) 6.
- c) 7.
- d) 8.
- e) 9.