Material Estruturado

MATEMÁTICA

Sistema Online de Avaliação, Suporte e Acompanhamento Educacional

Autores:

Antonio Caminha M. Neto

Bruno Holanda

Ulisses Parente

Colaboradores:

Equipe Cientista Chefe

Módulo de Transição

Álgebra A

Equações do primeiro grau

Coordenadoria de Formação Docente e Educação a Distância CED

Governo do Estado do Ceará
Secretaria da Educação

Cientista Chefe Educação

FUNCAP

13 O que é Álgebra?

Nossa intenção nesta seção é ambiciosa! Ao mesmo tempo, queremos lhe responder a pergunta acima e dar uma ideia do que veremos ao longo de todo o material. Por isso, sugerimos que você leia a seção como quem lê um gibi: apreciando a história, sem necessariamente se concentrar nos detalhes.

Comecemos considerando o exercício a seguir.

Exercício 13.1 Luiza ganhou de seu pai uma coleção de 107 figurinhas de jogadores de futebol, e resolveu distribuí-la entre suas amigas mais chegadas, dando 4 figurinhas a cada uma delas e guardando 11 figurinhas para si. Quantas amigas de Luiza ganharam figurinhas?

Esse exercício pode ser facilmente resolvido *montando uma equação* e, em seguida, *resolvendo* essa equação.

Montar uma equação, no caso do problema acima, significa encontrar uma *relação* entre as quantidades dadas no enunciado (4 figurinhas por amiga, 11 figurinhas pra Luiza, 107 figurinhas ao todo) e a quantidade desconhecida (o número de amigas de Luiza que ganharam figurinhas).

Os matemáticos árabes dos séculos VIII e IX criaram uma maneira muito engenhosa de fazer isso: denotar a quantidade desconhecida, a qual chamaremos **incógnita**[1], por uma *letra*, mentalizando que essa letra representa um número que desejamos descobrir.

Assim, chamando de x o número de amigas que ganharam figurinhas (a letra x é a incógnita, nesse caso), temos que 4 figurinhas para cada uma das x amigas dá um total de $4 \times x$ figurinhas. Por sua vez, juntando a essas figurinhas as 11 que Luiza reservou para si, ficamos com $4 \times x + 11$ figurinhas, e essa quantidade corresponde às 107 figurinhas que Luiza ganhou. Esse raciocínio nos dá a relação desejada, a **equação em x**

$$4 \times x + 11 = 107. \tag{13.1}$$

Resolver a equação acima significa executar algumas operações com ela, as quais permitam calcular o valor de x. Antes de vermos como fazer isso, observe que, na equação, o símbolo para a operação de multiplicação, $\times$, é bem parecido com a incógnita, x. Para piorar, essa semelhança tende a aumentar se escrevermos $\times$ e x a mão, em vez de digitá-los. Por isso, a partir de agora vamos *simplificar a notação para multiplicação*, escrevendo $4 \times x$ simplesmente como $4 \cdot x$, ou mesmo $4x$. (Em outras palavras, trocaremos o símbolo $\times$ por um ponto, $\cdot$, ou até mesmo deixaremos a multiplicação de 4 por x *subentendida*). Dessa forma, a equação anterior pode ser escrita de uma qualquer das maneiras abaixo, ambas mais simples do que (13.1):

$$4 \cdot x + 11 = 107 \quad \text{ou} \quad 4x + 11 = 107. \tag{13.2}$$

Para resolver equações como essa, os árabes se valiam de duas operações simples: *al-jabr* (restauração), que correspondia a *adicionar quantidades iguais*

[1] Em Potuguês, a palavra *incógnito* (resp. *incógnita*) é sinônimo para *desconhecido* (resp. *desconhecida*).

a ambos os lados de uma equação, e *al-muqabalah* (balanceamento), que correspondia a subtrair quantidades iguais de ambos os lados da equação. Aqui, a ideia é que uma equação diz que duas quantidades (as quantidades dos dois lados do sinal $=$) são iguais. Então:

> *Ao somarmos ou subtrairmos quantidades iguais aos dois lados de uma equação, a igualdade fica mantida.*

Para ver o porquê disso, imagine que temos dois sacos com quantidades iguais de bolinhas, digamos 20 em cada saco. Adicionando 5 bolinhas a cada saco, a igualdade dos totais de bolinhas se mantém: ambos os sacos passam, agora, a ter 25 bolinhas. Subtraindo quantidades iguais de bolinhas dos dois sacos, tampouco alteramos o fato de que ambos contém uma mesma quantidade. Por exemplo, tirando 7 bolinhas de cada saco, cada um deles passa a ter 18 bolinhas.

Vejamos dois exemplos sobre como usar as operações dos árabes para simplificar equações:

(i) Começando com a equação $4x + 11 = 107$, subtraímos 11 dos dois lados, ficando com

$$4x + \cancel{11} - \cancel{11} = 107 - 11$$

ou, ainda,

$$4x = 96.$$

(ii) Por outro lado, se tivéssemos a equação $\frac{5}{2}x - 3 = 997$, então, adicionando 3 a ambos os lados, ficaríamos com

$$\frac{5}{2}x - \cancel{3} + \cancel{3} = 997 + 3$$

ou, o que é o mesmo,

$$\frac{5}{2}x = 1000.$$

Essas operações foram descritas sistematicamente, pela primeira vez, no livro *Kitab al-jabr w'al-muqabalah* (*Livro da Restauração e do Balanceamento*), o qual foi escrito pelo matemático Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi. A palavra árabe *al-jabr* deu origem à palavra portuguesa **Álgebra**. A palavra *al-Khwarizmi* lhe parece familiar? Dela derivam *algarismo* e *algoritmo*!

Mas, voltando às equações, ainda temos de resolver

$$4x = 96 \quad \text{e} \quad \frac{5}{2}x = 1000.$$

A estratégia é adaptar a ideia dos árabes, da seguinte forma:

> *Ao multiplicarmos ou dividirmos os dois lados de uma equação por um mesmo número, a igualdade fica mantida.*

Para entender porque, voltemos aos dois sacos de bolinhas, que agora têm 18 bolinhas cada. Se multiplicarmos as quantidades de bolinhas em cada saco por 3, ambos ainda terão quantidades iguais de bolinhas, no caso, 54 (que é $3 \cdot 18$). Se, agora, dividirmos as quantidades de bolinhas em cada saco por 6, ambos ainda terão quantidades iguais de bolinhas, no caso, 9 (que é $54 \div 6$).

Para a equação $4x = 96$, a ideia é dividir os dois lados por 4, para nos livrarmos do 4 do primeiro membro. Fazendo isso (e lembrando que $4x$ é uma abreviação para $4 \cdot x$), temos

$$4x = 96 \Longrightarrow \frac{4x}{\color{red}4} = \frac{96}{\color{red}4} \Longrightarrow \frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} = \frac{\cancel{96}^{24}}{\cancel{4}} \Longrightarrow x = 24.$$

Alternativamente, como dividir por 4 é o mesmo que multiplicar por $\frac{1}{4}$, também poderíamos ter multiplicado os dois lados de $4x = 96$ por $\frac{1}{4}$. Veja:

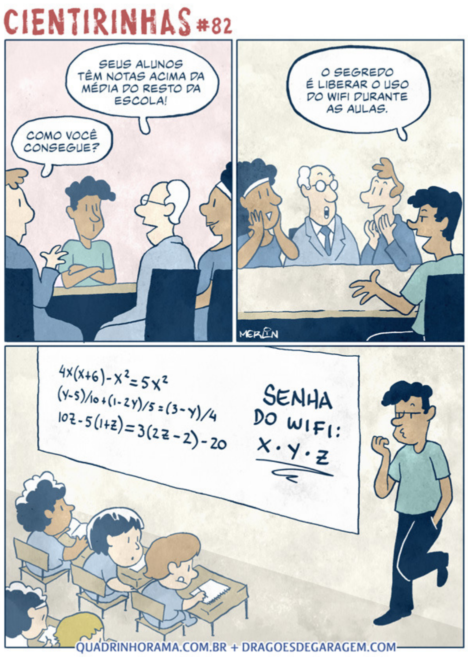
$$4x = 96 \Longrightarrow {\color{red}\frac{1}{4}} \cdot 4x = {\color{red}\frac{1}{4}} \cdot 96 \Longrightarrow \frac{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{4}x = \frac{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{96}^{24} \Longrightarrow x = 24.$$

Assim, Luiza distribuiu figurinhas para 24 amigas.

Com a equação $\frac{5}{2}x = 1000$ fazemos essencialmente a mesma coisa: multiplicamos os dois lados por $\frac{2}{5}$, para nos livrarmos do $\frac{5}{2}$ do primeiro membro. Fazendo isso, temos

$$\begin{aligned} \frac{5}{2}x = 1000 &\Longrightarrow {\color{red}\frac{2}{5}} \cdot \frac{5}{2}x = {\color{red}\frac{2}{5}} \cdot 1000 \\ &\Longrightarrow \frac{\cancel{2}}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}}x = \frac{2}{\cancel{5}} \cdot \cancel{1000}^{200} \\ &\Longrightarrow x = 2 \cdot 200 \\ &\Longrightarrow x = 400. \end{aligned}$$

Obs Ao tentar resolver um problema envolvendo equações, os árabes chamavam o valor incógnito de "coisa". Em árabe, a palavra "coisa" era pronunciada como *shay*. O uso da letra x para representar valores incógnitos surgiu como uma simplificação ao uso da palavra "coisa" em árabe.



O objetivo deste módulo é explicar-lhe, da maneira mais sistemática possível, *como traduzir problemas em equações* e *como resolver essas equações*. Especificamente, nos concentraremos em problemas que geram equações do tipo

$$ax + b = cx + d, \qquad (13.3)$$

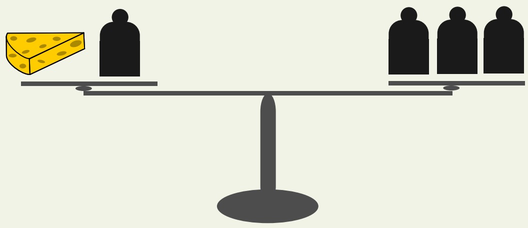
em que a, b, c e d são números conhecidos, com $a \neq c$. Na equação (13.1), por exemplo, temos $a = 4$ e $b = 11$, $c = 0$ e $d = 107$.

Muitos dos problemas que veremos foram propostos para o ENEM.

13.1 – Balanças & equações

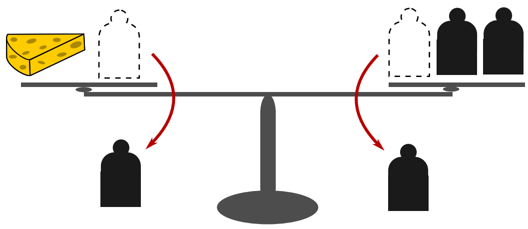
Nesta seção, vamos estudar com mais calma como resolver as equações que encontraremos. Para tanto, apresentaremos algumas situações-problema, cujas estratégias de resolução nos permitirão perceber algumas "*regras*" usadas para resolver equações do tipo (13.3).

Exercício 13.2 Jorge foi à feira comprar queijo. Chegando à barraca de laticínios, escolheu um pedaço e pediu ao dono da barraca para pesá-lo. O feirante utilizou uma balança de dois pratos e quatro pesos, de 500 gramas cada, obtendo a situação de equilíbrio ilustrada na figura a seguir:



Pergunta-se: qual era o peso do queijo? Como descobrir esse valor manipulando os pesos que estão sobre a balança?

Solução. Veja que, como todos os pesos são iguais, se tirarmos um peso de cada lado, a balança continuará em equilíbrio:



Desse modo, percebemos que o peso do queijo equivale a dois pesos de 500 gramas cada, ou seja, é igual a $2 \cdot 500 = 1000$ gramas. ■

Agora, interpretando *algebricamente* a solução anterior, denotemos por x o peso do queijo. A situação de equilíbro original da balança (isto é, antes de retirarmos os dois pesos de 500 gramas) é traduzida pela igualdade

$$x + 500 = 500 + 500 + 500.$$

Repetindo, agora na equação, o procedimento de retirar um peso de 500 gramas de cada lado da balança, obtemos:

$$x + \cancel{500} \cancel{- 500} = 500 + 500 + \cancel{500} \cancel{- 500},$$

ou seja,

$$x = 500 + 500 = 1000.$$

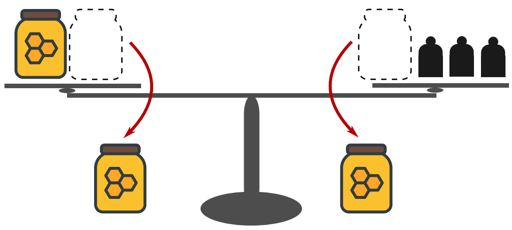
Concluímos, assim, que o queijo pesa $x = 1000$ gramas.

Vejamos outro exemplo:

Exercício 13.3 Mariana armazena o mel que produz em potes de vidro idênticos e os comercializa em uma feira. Utilizando uma balança de dois pratos e três pesos de 250 gramas cada, ela chegou, depois de algumas tentativas, à situação de equilíbrio ilustrada na figura abaixo.

Pergunta-se: qual é o peso de um único pote cheio de mel?

Solução. Adotaremos um procedimento semelhante ao empregado na solução do exemplo anterior: se retirarmos um pote de cada lado, a balança continuará em equilíbrio:



Desse modo, percebemos que o peso de um pote corresponde a três pesos de 250 gramas cada, ou seja, este peso é igual a $3 \cdot 250 = 750$ gramas. ■

Agora, utilizando a letra x para representar o peso de um pote de mel, a primeira situação de equilíbro apresentada pode ser escrita algebricamente como

$$x + x = x + 250 + 250 + 250.$$

A retirada de um um pote de mel de cada lado da balança é representada pela subtração de x em ambos os lados da equação acima. Assim fazendo, obtemos:

$$x + \cancel{x} - \cancel{x} = \cancel{x} + 250 + 250 + 250 - \cancel{x},$$

isto é,

$$x = 250 + 250 + 250 = 750.$$

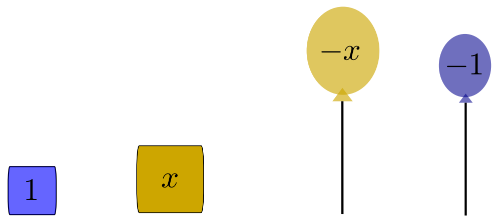
Concluímos, portanto, que o peso de um único pote de mel é igual a 750 gramas.

Observação 13.1.1 Como sugerido nos exemplos acima, podemos pensar em uma equação como uma balança de dois pratos em equilíbrio, em que os pratos da balança representam os dois *membros* (isto é, lados) da equação. Desse modo, assim como ocorre na balança, devemos realizar sempre a mesma operação em cada um dos membros da equação para manter a igualdade.

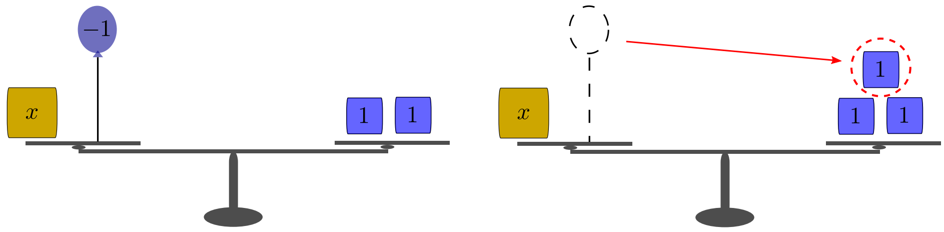
A seguir, apresentaremos mais alguns exemplos de problemas com balanças, os quais envolvem números negativos. Para isso, utilizaremos os quatro objetos que apresentamos a seguir:

- Um bloco azul, representando um peso conhecido de 1 unidade.
- Um bloco amarelo, representado um peso desconhecido de x unidades.
- Um balão azul, representando um peso conhecido de -1 unidade.
- Um balão amarelo, representado um peso desconhecido de $-x$ unidades.

Tais objetos são ilustrados na figura abaixo.



Os balões têm a função de "levantar" o prato da balança, exercendo uma força equivalente a de um peso de mesma cor colocado no outro prato da balança. Por exemplo, a situação de equilíbrio representada na figura 13.1(a) é equivalente à situação representada na figura 13.1(b).

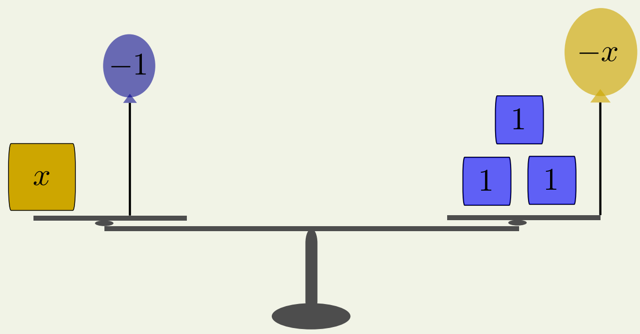


(a) primeira situação.

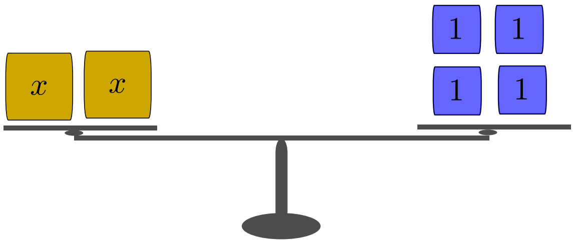
(b) segunda situação.

Figura 13.1: um balão azul no lado esquerdo pode ser substituído por um bloco azul do lado direito. Em termos algébricos, temos duas equações: a primeira é $x - 1 = 2$ e a segunda é $x = 2 + 1$.

Exercício 13.4 Considere a balança (equilibrada) abaixo. Descubra o valor de x, primeiro manipulando os pesos e balões sobre a balança e depois resolvendo a equação que representa o equilíbrio da balança.



Solução. Podemos substituir o balão azul do lado esquerdo por um peso azul do lado direito e o balão amarelo do lado direito por um peso amarelo do lado esquerdo. Desse modo, obtemos a seguinte situação:



Assim, dois pesos amarelos correspondem a quatro pesos azuis, ou seja, um peso amarelo correspode a dois pesos azuis. Logo, concluímos que $x = 2$.

Algebricamente, temos:

$$
\begin{aligned}
x - 1 = 3 - x &\implies x - \cancel{1} + \cancel{1} = 3 - x + 1 \\
&\implies x = 4 - x \\
&\implies x + x = 4 - \cancel{x} + \cancel{x} \\
&\implies 2x = 4 \\
&\implies \frac{1}{2} \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot 4 \\
&\implies \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}x = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{4}^{2} \\
&\implies x = 2.
\end{aligned}
$$

■

Observação 13.1.2 Note que a balança continua em equilíbrio se invertermos as posições dos objetos que estão nos dois pratos, ou seja, se passarmos tudo que está no prato da esquerda para o prato da direita e tudo que está no prato da direita para o prato da esquerda. Em uma equação, isso equivale a reescrever no lado esquerdo da igualdade o que originalmente estava do lado direito, e (vice-versa) reescrever no lado direito da igualdade o que originalmente estava do lado esquerdo. Por exemplo, resolver a equação

$$4x - 7 = 2x + 9$$

é o mesmo que resolver a equação

$$2x + 9 = 4x - 7.$$

Perceba, ainda, que podemos dobrar, triplicar, quadriplicar, reduzir à metade ou a um terço, etc., o que está nos dois pratos, e o equilíbrio também vai permanecer. A única restrição é que *a operação feita em um dos pratos também deve ser feita no outro*. Em termos algébricos, isso corresponde à possibilidade de multiplicar os dois lados de uma equação por um número qualquer.

Finalmente, note que as *incógnitas*, apesar de desconhecidas, são números. Então, ao resolvermos equações, podemos utilizar livremente as propriedades aritméticas dos números.

No próximo exercício, usamos as estratégias aprendidas com as balanças para melhorar sua habilidade em resolver equações do tipo (13.3). Isso tornará mais fácil darmos o passo seguinte, que será resolver problemas traduzindo-os em equações.

Exercício 13.5 Resolva as equações abaixo:

(a) $x + 7 = 18$.

(b) $x - 8 = 7 - 2x$.

(c) $5(x + 2) = 25$.

(d) $\frac{x}{2} = 13$.

(e) $2(x - 1) + 5 = x + 9$.

(f) $\frac{x}{2} + \frac{x}{7} = 18$.

(g) $\frac{x}{3} + 5(x - 1) = 3$.

(h) $\frac{x-3}{4} + \frac{x-2}{6} = \frac{11}{6}$.

Solução.

(a)

$$\begin{aligned} x + 7 = 18 &\Longrightarrow x + 7 - 7 = 18 - 7 \\ &\Longrightarrow x = 11. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} x - 8 = 7 - 2x &\Longrightarrow x - 8 + 8 = 7 - 2x + 8 \\ &\Longrightarrow x = 15 - 2x \\ &\Longrightarrow x + 2x = 15 - 2x + 2x \\ &\Longrightarrow 3x = 15 \\ &\Longrightarrow \frac{1}{3} \cdot 3x = \frac{1}{3} \cdot 15 \\ &\Longrightarrow \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3}x = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{15}^{\,3} \\ &\Longrightarrow x = 5. \end{aligned}$$

(c) Aqui, há duas maneiras para resolver o problema:

$$\begin{aligned} 5(x + 2) = 25 &\Longrightarrow \frac{1}{5} \cdot 5(x + 2) = \frac{1}{5} \cdot 25 \\ &\Longrightarrow \frac{1}{\cancel{5}} \cdot \cancel{5}(x + 2) = \frac{1}{\cancel{5}} \cdot \cancel{25}^{\,5} \\ &\Longrightarrow x + 2 = 5 \\ &\Longrightarrow x + 2 - 2 = 5 - 2 \\ &\Longrightarrow x = 3 \end{aligned}$$

ou, então,

$$\begin{aligned}5(x+2)=25 &\Longrightarrow 5x+10=25\\ &\Longrightarrow 5x+10-10=25-10\\ &\Longrightarrow 5x=15\\ &\Longrightarrow \frac{1}{5}\cdot 5x=\frac{1}{5}\cdot 15\\ &\Longrightarrow \frac{1}{\cancel{5}}\cdot \cancel{5}x=\frac{1}{\cancel{5}}\cdot \cancel{15}^{\,3}\\ &\Longrightarrow x=3.\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}\frac{x}{2}=13 &\Longrightarrow 2\cdot\frac{x}{2}=2\cdot 13\\ &\Longrightarrow \cancel{2}\cdot\frac{x}{\cancel{2}}=2\cdot 13\\ &\Longrightarrow x=26.\end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned}2(x-1)+5=x+9 &\Longrightarrow 2x-2+5=x+9\\ &\Longrightarrow 2x+3=x+9\\ &\Longrightarrow 2x+3-3=x+9-3\\ &\Longrightarrow 2x=x+6\\ &\Longrightarrow 2x-x=x+6-x\\ &\Longrightarrow x=6.\end{aligned}$$

(f) Neste item, novamente temos duas maneiras de resolver a equação. A primeira delas é começar multiplicando ambos os lados da equação por um número que nos livre ao mesmo tempo dos denominadores 2 e 7. Para isso, vamos multiplicar os dois lados por um número que seja ao mesmo tempo múltiplo de 2 e de 7, digamos, 14:

$$\begin{aligned}\frac{x}{2}+\frac{x}{7}=18 &\Longrightarrow 14\cdot\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{7}\right)=14\cdot 18\\ &\Longrightarrow 14\cdot\frac{x}{2}+14\cdot\frac{x}{7}=252\\ &\Longrightarrow \cancel{14}^{\,7}\cdot\frac{x}{\cancel{2}}+\cancel{14}^{\,2}\cdot\frac{x}{\cancel{7}}=252\\ &\Longrightarrow 7x+2x=252\\ &\Longrightarrow 9x=252\\ &\Longrightarrow \frac{1}{9}\cdot 9x=\frac{1}{9}\cdot 252\\ &\Longrightarrow \frac{1}{\cancel{9}}\cdot \cancel{9}x=\frac{1}{\cancel{9}}\cdot \cancel{252}^{\,28}\\ &\Longrightarrow x=28.\end{aligned}$$

Outra possibilidade é lembrar que, pelo fato de x ser um número, podemos começar fazendo a soma do lado esquerdo da equação. Observe que, da primeira para a segunda linha nos cálculos a seguir, usaremos o fato de que $7x + 2x$ é o mesmo que $9x$ (lembrando das balanças, basta ver $7x + 2x$ como a soma de "7 blocos x" com "2 blocos x"):

$$\begin{aligned}
\frac{x}{2} + \frac{x}{7} = 18 &\Longrightarrow \frac{7x + 2x}{2 \cdot 7} = 18 \\
&\Longrightarrow \frac{9x}{14} = 18 \\
&\Longrightarrow \frac{14}{9} \cdot \frac{9x}{14} = \frac{14}{9} \cdot 18 \\
&\Longrightarrow \frac{\cancel{14}}{\cancel{9}} \cdot \frac{\cancel{9}x}{\cancel{14}} = \frac{14}{\cancel{9}} \cdot \cancel{18}^{\,2} \\
&\Longrightarrow x = 14 \cdot 2 \\
&\Longrightarrow x = 28.
\end{aligned}$$

(g) Uma vez mais, temos duas opções. A primeira é começar multiplicando tudo por 3, a fim de nos livrarmos do denominador 3 da fração:

$$\begin{aligned}
\frac{x}{3} + 5(x-1) = 3 &\Longrightarrow 3 \cdot \left(\frac{x}{3} + 5(x-1)\right) = 3 \cdot 3 \\
&\Longrightarrow 3 \cdot \frac{x}{3} + 3 \cdot 5(x-1) = 9 \\
&\Longrightarrow \cancel{3} \cdot \frac{x}{\cancel{3}} + 15(x-1) = 9 \\
&\Longrightarrow x + 15x - 15 = 9 \\
&\Longrightarrow 16x - 15 = 9 \\
&\Longrightarrow 16x - 15 + 15 = 9 + 15 \\
&\Longrightarrow 16x = 24 \\
&\Longrightarrow \frac{1}{16} \cdot 16x = \frac{1}{16} \cdot 24 \\
&\Longrightarrow \frac{1}{\cancel{16}} \cdot \cancel{16}x = \frac{\cancel{24}^{\,3}}{\cancel{16}_{\,2}} \\
&\Longrightarrow x = \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

Outra possibilidade é começar "ajeitando" o lado esquerdo. Aqui, da segunda para a terceira linha, usaremos o fato de que $3 \cdot 5x = 15x$ (pois $3 \cdot 5x$ é 3 vezes "5 blocos x", logo, "15 blocos x") e $x + 15x = 16x$:

$$\begin{aligned}
\frac{x}{3} + 5(x-1) = 3 &\Longrightarrow \frac{x}{3} + 5x - 5 = 3 \\
&\Longrightarrow \frac{x + 3 \cdot 5x}{3} - 5 + 5 = 3 + 5 \\
&\Longrightarrow \frac{x + 15x}{3} = 8 \\
&\Longrightarrow \frac{16x}{3} = 8 \\
&\Longrightarrow \frac{3}{16} \cdot \frac{16x}{3} = \frac{3}{16} \cdot 8 \\
&\Longrightarrow \frac{\cancel{3}}{\cancel{16}} \cdot \frac{\cancel{16}x}{\cancel{3}} = \frac{3}{\cancel{16}_{\,2}} \cdot \cancel{8} \\
&\Longrightarrow x = \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

(h) Este item traz mais uma equação que pode ser resolvida de duas maneiras distintas. Uma delas é começar multiplicando os dois lados por um número que seja ao mesmo tempo múltiplo de 4 e 6, a fim de eliminar os denominadores das frações. Esse número pode ser por exemplo 12 (que é o mmc de 4 e 6) ou, se você não perceber isso, 24 (que é $4 \cdot 6$). Assim, temos:

$$
\begin{aligned}
\frac{x-3}{4}+\frac{x-2}{6}=\frac{11}{6} &\Longrightarrow 24\cdot\left(\frac{x-3}{4}+\frac{x-2}{6}\right)=24\cdot\frac{11}{6}\\
&\Longrightarrow 24\cdot\frac{x-3}{4}+24\cdot\frac{x-2}{6}=24\cdot\frac{11}{6}\\
&\Longrightarrow \cancel{24}^{6}\cdot\frac{x-3}{\cancel{4}}+\cancel{24}^{4}\cdot\frac{x-2}{\cancel{6}}=\cancel{24}^{4}\cdot\frac{11}{\cancel{6}}\\
&\Longrightarrow 6(x-3)+4(x-2)=4\cdot 11\\
&\Longrightarrow 6x-18+4x-8=44\\
&\Longrightarrow 10x-26=44\\
&\Longrightarrow 10x-26+26=44+26\\
&\Longrightarrow 10x=70\\
&\Longrightarrow \frac{1}{10}\cdot 10x=\frac{1}{10}\cdot 70\\
&\Longrightarrow \frac{1}{\cancel{10}}\cdot\cancel{10}x=\frac{1}{\cancel{10}}\cdot\cancel{70}\\
&\Longrightarrow x=7.
\end{aligned}
$$

A outra solução é como as segundas soluções dos dois itens anteriores: começar fazendo a soma das frações do lado esquerdo:

$$
\begin{aligned}
\frac{x-3}{4}+\frac{x-2}{6}=\frac{11}{6} &\Longrightarrow \frac{6(x-3)+4(x-2)}{4\cdot 6}=\frac{11}{6}\\
&\Longrightarrow \frac{6x-18+4x-8}{24}=\frac{11}{6}\\
&\Longrightarrow \frac{10x-26}{24}=\frac{11}{6}\\
&\Longrightarrow 24\cdot\frac{10x-26}{24}=24\cdot\frac{11}{6}\\
&\Longrightarrow \cancel{24}\cdot\frac{10x-26}{\cancel{24}}=\cancel{24}^{4}\cdot\frac{11}{\cancel{6}}\\
&\Longrightarrow 10x-26=4\cdot 11\\
&\Longrightarrow 10x-26=44.
\end{aligned}
$$

A partir daí, o resto é como na solução anterior.

■

No exercício anterior, resolvemos todas as equações com todos os detalhes, a fim facilitar sua compreensão. Agora, repassaremos algumas das soluções para lhe fazer perceber algumas estratégias que simplificarão bastante as resoluções.

Estratégia de simplificação I. Começando com a equação $4x + 11 = 107$, do exercício 13.1 das figurinhas de Luiza, subtraímos 11 dos dois lados para fazer desaparecer a parcela 11 do lado esquerdo ($4x + \cancel{11} - \cancel{11} = 107 - 11$). O efeito final é trocar a equação original pela equação $4x = 107 - 11$.

O efeito dessa operação pode ser resumido assim:

$$4x + 11 = 107 \Longrightarrow 4x = 107 - 11.$$

O que fizemos, no final das contas, foi *passar* 11 *pro outro lado, trocando o sinal* $+$ *pelo sinal* $-$.

Em praticamente todas as equações do exercício anterior aconteceram passos parecidos. Por exemplo, na equação do item (e), quando chegamos a $2x+3=x+9$, subtraímos 3 dos dois lados para fazer desaparecer a parcela 3 do primeiro membro ($2x+3-3=x+9-3$) e, em seguida, subtraímos x dos dois lados para fazer desaparecer a parcela x do segundo membro ($2x-x=x+6-x$). O efeito final desses dois passos pode ser resumido da seguinte forma:

$$2x+3=x+9 \Longrightarrow 2x-x=9-3.$$

Uma vez mais, o que fizemos, no final das contas foi *passar as parcelas* 3 *e* x *de um lado para outro, trocando o sinal* $+$ *pelo sinal* $-$*, e vice-versa.*

Em resumo,

> Ao resolver uma equação, você pode **passar parcelas** de um lado para o outro (do primeiro para o segundo, ou vice-versa), **trocando os sinais das parcelas** de $+$ para $-$, ou vice-versa, conforme o caso.

Estratégia de simplificação II. Outra equação que consideramos logo na primeira seção foi $\frac{5}{2}x-3=997$. Agora, graças à simplificação anterior, já podemos escrever sem cerimônias

$$\frac{5}{2}x-3=997 \Longrightarrow \frac{5}{2}x=997+3 \Longrightarrow \frac{5}{2}x=1000.$$

Em seguida, multiplicamos os dois lados da última equação por $\frac{2}{5}$, a fim de nos livrarmos do $\frac{5}{2}$ à frente de x ($\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{2}x=\frac{2}{5}\cdot 1000$). Como $\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{2}=1$, o efeito final disso é que

$$\frac{5}{2}x=1000 \Longrightarrow x=\frac{2}{5}\cdot 1000.$$

O que fizemos, então, foi *passar o fator* $\frac{5}{2}$ *para o outro lado, escrevendo, no outro lado, seu inverso* $\frac{2}{5}$ (lembre que dois números são **inversos** um do outro se seu produto é igual a 1).

Esse tipo de operação também foi utilizada em várias equações do exercício anterior. Por exemplo, na equação do item (h), quando chegamos a $10x=70$, multiplicamos os dois lados pelo fator $\frac{1}{10}$ (o inverso de 10), para nos livrarmos do fator 10 do lado esquerdo ($\frac{1}{10}\cdot 10x=\frac{1}{10}\cdot 70$). Novamente, como $\frac{1}{10}\cdot 10=1$, podemos resumir a operação acima escrevendo

$$10x=70 \Longrightarrow x=\frac{1}{10}\cdot 70.$$

Outra possibilidade é fazer essa operação *dividindo os dois lados por* 10 (o que é o mesmo que multiplicar por $\frac{1}{10}$. Fazendo desse modo, temos

$$10x=70 \Longrightarrow x=\frac{70}{10}.$$

Em resumo,

> Ao resolver uma equação da forma $ax=b$, você pode **passar o fator** $\boldsymbol{a}$ para o lado direito, **multiplicando** $\boldsymbol{b}$ **pelo inverso de** $\boldsymbol{a}$ (ou, o que é o

mesmo, **dividindo b por a**). Em símbolos,

$$ax = b \Longrightarrow x = \frac{1}{a} \cdot b \quad \left(\text{isto é, } x = \frac{b}{a}\right). \tag{13.4}$$

Para termos uma ideia de como as estratégias acima simplificam a solução de equações, vamos utilizá-las para resolver mais duas equações:

Exercício 13.6 Resolva a equações a seguir:

(a) $3(x-4)+16 = x+29$.

(b) $\dfrac{5x-7}{9} = \dfrac{x+4}{5}$.

Solução.
(a)

$$\begin{aligned} 3(x-4)+16 = x+29 &\Longrightarrow 3x-12+16 = x+29 \\ &\Longrightarrow 3x+4 = x+29 \\ &\Longrightarrow 3x-x = 29-4 \\ &\Longrightarrow 2x = 25 \\ &\Longrightarrow x = \frac{25}{2}. \end{aligned}$$

(b) Note primeiro que

$$\frac{5x-7}{9} = \frac{1}{9}(5x-7) \quad \text{e} \quad \frac{x+4}{5} = \frac{1}{5}(x+4).$$

Então, começando por aplicar a segunda estratégia de simplificação aos dois lados, temos

$$\begin{aligned} \frac{5x-7}{9} = \frac{x+4}{5} &\Longrightarrow \frac{1}{9}(5x-7) = \frac{1}{5}(x+4) \\ &\Longrightarrow 5(5x-7) = 9(x+4) \\ &\Longrightarrow 25x-35 = 9x+36 \\ &\Longrightarrow 25x-9x = 36+35 \\ &\Longrightarrow 16x = 71 \\ &\Longrightarrow x = \frac{71}{16}. \end{aligned}$$

■

Em relação ao item (b) do exercício anterior, podemos dar uma solução alternativa, até mais simples, se lembrarmos alguns conceitos sobre *equivalência de frações*. Por exemplo, as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{15}{20}$ são equivalentes porque podemos passar de $\frac{3}{4}$ para $\frac{15}{20}$ multiplicando numerador e denominador da primeira fração por 5:

$$\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{15}{20}.$$

Uma maneira mais rápida de perceber a equivalência de frações é notando que $3 \cdot 20 = 4 \cdot 15$:

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad \text{pois} \quad 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15.$$

Em palavras, dizemos que $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ porque o produto dos *meios* (isto é, os números 4 e 15) é igual ao produto dos *extremos* (os números 3 e 20). Em geral, temos

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longleftrightarrow ad = bc. \tag{13.5}$$

Exercício 13.7 Use as observações acima para resolver as equações a seguir:

(a) $\dfrac{5x-7}{9} = \dfrac{x+5}{5}$.

(b) $\dfrac{9}{5x-7} = \dfrac{2}{x-1}$.

(c) $\dfrac{x+6}{x+2} = \dfrac{3}{2}$.

Solução.
(a) De acordo com (13.5), temos

$$\begin{aligned}\frac{5x-7}{9} = \frac{x+5}{5} &\Longrightarrow (5x-7)\cdot 5 = 9(x+5)\\ &\Longrightarrow 25x - 35 = 9x + 45\\ &\Longrightarrow 25x - 9x = 35 + 45\\ &\Longrightarrow 16x = 80\\ &\Longrightarrow x = \frac{80}{16}\\ &\Longrightarrow x = 5.\end{aligned}$$

(b) Observe que, apesar da incógnita aparecer nos denominadores, isso não é empecilho:

$$\begin{aligned}\frac{9}{5x-7} = \frac{2}{x-1} &\Longrightarrow 9(x-1) = (5x-7)\cdot 2\\ &\Longrightarrow 9x - 9 = 10x - 14\\ &\Longrightarrow 9x - 10x = 9 - 14\\ &\Longrightarrow -x = -5\\ &\Longrightarrow x = 5.\end{aligned}$$

(c) Fazendo como em (b), temos

$$\begin{aligned}\frac{x+6}{x+2} = \frac{3}{2} &\Longrightarrow (x+6)\cdot 2 = (x+2)\cdot 3\\ &\Longrightarrow 2x + 12 = 3x + 6\\ &\Longrightarrow 2x - 3x = 6 - 12\\ &\Longrightarrow -x = -6\\ &\Longrightarrow x = 6.\end{aligned}$$

■

13.2 – Resolvendo problemas com equações

A seguir, discutiremos como resolver "*problemas com palavras*", isto é, situações-problema nas quais uma parte relevante das informações vem escrita em texto.

Conforme comentamos no início da primeira seção, a *estratégia geral* para isso é interpretar a situação-problema para *montar uma equação* cuja incógnita seja a quantidade que se quer calcular e, em seguida, *resolver a equação*. Mais especificamente, os passos descritos a seguir podem facilitar a busca por uma solução:

1. Leia o enunciado cuidadosamente, destacando todas as informações relevantes.
2. Se o problema tiver muitas informações, tente organizá-las em uma tabela.
3. Represente os valores desconhecidos por letras.
4. Escreva as informações dadas no problema em forma de equações.
5. Resolva as equações, encontrando os valores desconhecidos.
6. Verifique se os valores encontrados realmente satisfazem as condições do enunciado (isso é útil para checar que você não errou algum cálculo).

Exercício 13.8 No sítio do tio Barnabé há um total de 40 animais, divididos entre cabras e galinhas. Certo dia, tio Barnabé contou o número de patas que esses animais possuem, chegando a um total de 130. Quantas galinhas há no sítio?

Solução. Em primeiro lugar, vamos destacar todas as informações importantes do enunciado:

"No sítio do tio Barnabé há um total de 40 animais, divididos entre cabras e galinhas. Certo dia, tio Barnabé contou o número de patas que esses animais possuem, chegando a um total de 130.
Pergunta → **Quantas galinhas há no sítio?**"

O próximo passo é criar uma tabela para organizar as informações. Separe uma coluna para os valores conhecidos, outra para os valores desconhecidos e uma terceira para o valor procurado.

Valores conhecidos	Valores desconhecidos	Pergunta
• Total de animais (40)	• Quantidade de galinhas	Quantidade de galinhas
• Total de patas (130)	• Quantidade de cabras	

Denotando por x a quantidade de galinhas, temos que a quantidade de cabras será igual a $40 - x$. Neste ponto, devemos formular uma equação a partir das informações colhidas, e ela aparece ao notarmos que a quantidade de patas pode ser escrita em termos dos números de galinhas e de cabras. De fato, cada galinha tem duas patas e cada cabra tem quatro patas, logo, o total de patas de galinhas é $2x$ e o total de patas das cabras é $4(40 - x)$. Agora, uma vez que o número total de patas é 130, chegamos à equação:

$$2x + 4(40 - x) = 130.$$

Resolvendo essa equação, obtemos:

$$\begin{aligned}2x + 4(40 - x) = 130 &\Longrightarrow 2x + 4 \cdot 40 - 4x = 130\\ &\Longrightarrow 160 - 2x = 130\\ &\Longrightarrow \underbrace{160 - 130}_{30} = 2x\\ &\Longrightarrow 2x = 30\\ &\Longrightarrow x = \frac{30}{2}\\ &\Longrightarrow x = 15.\end{aligned}$$

Portanto, há 15 galinhas e $40 - 15 = 25$ cabras no sítio.

Para finalizar, vamos verificar se a resposta encontrada está de acordo com o enunciado do problema: veja que as 15 galinhas possuem juntas $2 \cdot 15 = 30$ patas e que as 35 cabras possuem juntas $4 \cdot 25 = 100$ patas, ou seja, temos um total de $100 + 30 = 130$ patas. Portanto, encontramos o valor correto de x. ■

Exercício 13.9 Camila tem 30 moedas em seu bolso. Ela possui somente moedas de 25 centavos e de 10 centavos. Sabe-se que a quantidade de moedas de 25 centavos é igual ao dobro da quantidade de moedas de 10 centavos. Qual é o total de dinheiro que Camila possui em seu bolso?

Solução. Vamos destacar todas as informações importantes:

"Camila tem 30 moedas em seu bolso. Ela possui somente moedas de 25 centavos e 10 centavos. Sabe-se que a quantidade de moedas de 25 centavos é igual ao dobro da quantidade de moedas de 10 centavos.
Pergunta → **Qual é o total de dinheiro que Camila possui em seu bolso?**"

O próximo passo é criar uma tabela para organizar as informações:

Valores conhecidos	Valores desconhecidos	Pergunta
Total de moedas (30)	• Quantidade de moedas de 10 centavos • Quantidade de moedas de 25 centavos • Total de dinheiro	Total de dinehiro

A seguir, vamos representar os valores desconhecidos por letras. Uma primeira tentativa seria denominar o *total de dinheiro* por x e achar uma equação utilizando essa incógnita. Essa é uma tentativa natural, já que o total de dinheiro é o valor que desejamos descobrir. Entretanto, percebemos que assim fica difícil formular uma equação a partir do texto. Uma segunda tentativa é denotar a quantidade de moedas de 10 centavos por x. Assim, a quantidade de moedas de 25 centavos será igual a $2x$, pois, de acordo com o enunciado, essa quantidade é o dobro da quantidade de moedas de 10 centavos.

Agora, devemos formular uma equação a partir das informações fornecidas: como a quantidade total de moedas é igual à soma da quantidade de moedas de 10 centavos com as moedas de 25 centavos, obtemos:

$$x + 2x = 30.$$

Podemos resolver essa equação facilmente:

$$x + 2x = 30 \Longrightarrow 3x = 30 \Longrightarrow x = \frac{30}{3} \Longrightarrow x = 10.$$

Portanto, Camila posssui 10 moedas de 10 centavos e $2 \cdot 10 = 20$ moedas de 25 centavos.

Veja que descobrir o valor de x não finaliza a solução do exercício, pois procuramos a quantia total de dinheiro que Camila possui em seu bolso. Para obter este resultado, basta resolver a expressão numérica:

$$10 \cdot 0{,}10 + 20 \cdot 0{,}25 = 1 + 5 = 6,$$

ou seja, Camila possui 6 reais. ■

À medida que nos acostumamos com a tarefa de usar as informações obtidas a partir da interpretação do enunciado de um problema para montar uma equação, podemos criar a tabela com as informações relevantes *em nossa cabeça*, sem necessidade de escrevê-la em papel.

Faremos assim nas soluções dos próximos exercícios. Ao lê-las, se você sentir necessidade, pegue seu caderno e escreva as tabelas com as informações correspondentes, a fim de ter certeza de que entendeu direito como elas foram utilizadas para construir a equação.

Exercício 13.10 Pedro possui um total de 24 notas, que somam 81 reais. Sabendo que Pedro possui apenas notas de dois e de cinco reais, quantas notas de cada valor ele possui?

Solução. Denotemos por x a quantidade de notas de cinco reais. Como Pedro possui 24 notas ao todo e x dessas notas são de cinco reais, ele possui $24 - x$ notas de dois reais. Agora, uma vez que o total de dinheiro que Pedro possui é 81 reais, obtemos a equação

$$5x + 2(24 - x) = 81,$$

pois as x notas de cinco reais correspondem a um total de $5x$ reais e as $24 - x$ notas de dois reais correspondem a um total de $2(24 - x)$ reais. Resolvamos a equação acima:

$$\begin{aligned} 5x + 2(24 - x) = 81 &\Longrightarrow 5x + 48 - 2x = 81 \\ &\Longrightarrow 3x = 81 - 48 \\ &\Longrightarrow 3x = 33 \\ &\Longrightarrow x = \frac{33}{3} \\ &\Longrightarrow x = 11. \end{aligned}$$

Portanto, Pedro possui 11 notas de cinco reais e $24 - 11 = 13$ notas de dois reais. ■

Vejamos mais alguns exemplos:

Exercício 13.11 — OBM. Samuel possui três irmãos a mais do que irmãs. Samila, uma das irmãs de Samuel, possui número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs. Quantos filhos (homens e mulheres) possui o pai de Samuel e Samila?

Solução. Denotemos por x o número de irmãs de Samuel. Assim, Samuel possui $x+3$ irmãos, pois ele possui três irmãos a mais do que irmãs. Por outro lado, Samila possui $(x+3)+1 = x+4$ irmãos (pois Samuel entra na conta dos irmãos de Samila) e $x-1$ irmãs (pois, aqui, temos de retirar a prórpia Samila).

Agora, como Samila possui número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs, obtemos a equação

$$x+4 = 2(x-1).$$

Resolvendo essa equação, obtemos:

$$\begin{aligned} x+4 = 2(x-1) &\implies x+4 = 2x-2 \\ &\implies \underbrace{4+2}_{6} = \underbrace{2x-x}_{x} \\ &\implies x = 6. \end{aligned}$$

Portanto, Samuel tem 6 irmãs e $6+3 = 9$ irmãos. Logo, o pai de Samuel possui $9+1 = 10$ filhos homens (contando com Samuel) e 6 filhas mulheres, ou seja, $10+6 = 16$ filhos ao todo. ■

Exercício 13.12 — OBM. No fim de 1994, Neto tinha metade da idade de seu avô. A soma dos anos de nascimento dos dois é 3844. Quantos anos Neto completou em 2006?

Solução. Suponha que em 1994 Neto tinha x anos. Como Neto tinha a metade da idade do seu avô, este tinha $2x$ anos em 1994. Desse modo, Neto nasceu no ano $1994-x$ e seu avô nasceu em $1994-2x$. Agora, uma vez que a soma das idades dos dois é 3844, obtemos a equação

$$(1994-x) + (1994-2x) = 3844.$$

Resolvamos essa equação:

$$\begin{aligned} 1994 - x + 1994 - 2x = 3844 &\implies 3988 - 3x = 3844 \\ &\implies \underbrace{3988 - 3844}_{144} = 3x \\ &\implies 3x = 144 \\ &\implies x = \frac{144}{3} \\ &\implies x = 48. \end{aligned}$$

Assim, Neto tinha 48 anos em 1994, o que garante que, em 2006 (exatamente 12 anos depois), Neto completou $48+12 = 60$ anos. ■

Alguns problemas do ENEM

Nesta seção, vamos resolver alguns "*problemas com palavras*" que foram propostos ao ENEM.

Exercício 13.13 — ENEM - 2009. Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem ainda não havia contribuído pagaria sua parte e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00. De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final, para cada uma das 55 pessoas?

a) R$ 14,00.
b) R$ 17,00.
c) R$ 22,00.
d) R$ 32,00.
e) R$ 57,00.

Solução. Denotemos por x o valor da cota para cada uma das 55 pessoas, concluímos que o valor total da despesa é $55x$, pois cada uma das 55 pessoas pagou x reais. Por outro lado, no acerto inicial, cada uma das 50 pessoas pagaria $x - 7$ reais e ficariam faltando 510 reais para completar o valor total da despesa. Assim, o valor total da despesa também é igual a $50(x-7)+510$. Portanto, chegamos à equação

$$55x = 50(x-7)+510.$$

Para resolvê-la, temos:

$$\begin{aligned} 55x = 50(x-7)+510 &\Longrightarrow 55x = 50x - 350 + 510 \\ &\Longrightarrow 55x - 50x = 160 \\ &\Longrightarrow 5x = 160 \\ &\Longrightarrow x = \frac{160}{5} \\ &\Longrightarrow x = 32. \end{aligned}$$

Assim, o valor da cota para cada uma das 55 pessoas depois do acerto final foi de 32 reais, e a alternativa correta é a letra **(d)**. ■

Exercício 13.14 — ENEM - 2010. O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, depois uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada, ele cairá com o outro pé, a partir do qual o salto é realizado[a]. Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, da primeira para a segunda parte do salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, da segunda para a terceira parte do salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre:

(a) 4,0 m e 5,0 m.
(b) 5,0 m e 6,0 m.
(c) 6,0 m e 7,0 m.
(d) 7,0 m e 8,0 m.
(e) 8,0 m e 9,0 m.

[a]Disponível em: www.cbat.org.br (adaptado).

Solução. Denotemos por s a distância alcancada no primeiro salto. Uma vez que, no segundo salto, o alcance diminuía 1,2 m em relação ao primeiro salto, a distância alcançada no segundo salto foi $s - 1{,}2$. Já a distância alcançada no terceiro salto diminuía 1,5 m em relação ao segundo, logo, essa distância era igual a $s - 1{,}2 - 1{,}5$, isto é, a $s - 2{,}7$. Como a soma dessas três distâncias deve atingir a meta de 17,4 m, podemos montar a equação:

$$s + (s - 1{,}2) + (s - 2{,}7) = 17{,}4.$$

Vamos resolvê-la:

$$\begin{aligned} s + (s - 1{,}2) + (s - 2{,}7) = 17{,}4 &\implies 3s = 17{,}4 + 1{,}2 + 2{,}7 \\ &\implies 3s = 21{,}3 \\ &\implies s = \frac{\cancel{21{,}3}^{\,7{,}1}}{\cancel{3}} \\ &\implies s = 7{,}1. \end{aligned}$$

Logo, para que o atleta atinja a meta de 17,4 metros no salto triplo, a distância alcançada no primeiro salto deve estar entre 7,0 m e 8,0 m. Portanto, a alternativa correta é a letra **(d)**. ■

Exercício 13.15 — ENEM - 2015. Uma barraca de tiro ao alvo de um parque de diversões dará um prêmio de R$ 20,00 ao participante, cada vez que ele acertar o alvo. Por outro lado, cada vez que ele errar o alvo, deverá pagar R$ 10,00. Não há cobrança inicial para participar do jogo. Um participante deu 80 tiros e, ao final, recebeu R$ 100,00. Quantas vezes vezes ele acertou o alvo?

(a) 30.
(b) 36.
(c) 50.
(d) 60.
(e) 64.

Solução. Vamos denotar por x o número de vezes que o participante acertou o alvo. Como foram 80 tiros ao todo, ele errou o alvo $80 - x$ vezes. Como ele recebe 20 reais por cada tiro certo e perde 10 reais por cada tiro errado, após esses 80 tiros ele ganhou é $20x$ e perdeu é $10(80 - x)$. Para calcularmos o total recebido depois dos oitenta tiros, temos de subtrair o total que ele perdeu (com os tiros errados) do total que ele recebeu (com os tiros certos). Essas informações nos permitem montar a equação

$$20x - 10(80 - x) = 100.$$

Ao resolvê-la, obtemos:

$$
\begin{aligned}
20x - 10(80 - x) = 100 &\Longrightarrow 20x - 800 + 10x = 100 \\
&\Longrightarrow 30x = 100 + 800 \\
&\Longrightarrow 30x = 900 \\
&\Longrightarrow x = \frac{\cancel{900}^{\,30}}{\cancel{30}} \\
&\Longrightarrow x = 30.
\end{aligned}
$$

Portanto, o participante acertou 30 tiros. A alternativa correta é **(a)**. ■

Exercício 13.16 — ENEM - 2014. Em uma cidade, o valor total da conta de energia elétrica é obtido pelo produto entre o consumo (em kWh) e o valor da tarifa do kWh (com tributos), adicionado à Cosip (contribuição para custeio da iluminação pública), conforme a expressão:

$$\text{Valor do kWh (com tributos)} \times \text{consumo (em kWh)} + \text{Cosip}$$

O valor da Cosip é fixo em cada faixa de consumo. O quadro mostra o valor cobrado para algumas faixas.

Faixa de consumo mensal (kWh)	Valor da Cosip (R$)
Até 80	0,00
Superior a 80 até 100	2,00
Superior a 100 até 140	3,00
Superior a 140 até 200	4,50

Suponha que, em uma residência, todo mês o consumo seja de 150 kWh, e o valor do kWh (com tributos) seja de R$ 0,50. O morador dessa residência pretende diminuir seu consumo mensal de energia elétrica, com o objetivo de reduzir o custo total da conta, em pelo menos 10%. Qual deve ser o consumo máximo dessa residência, em kWh, para produzir a redução pretendida pelo morador?

(a) 134,1.
(b) 135,0.
(c) 137,1.
(d) 138,6.
(e) 143,1.

Solução. A conta de luz com um consumo de 150 kWh custa

$$150 \cdot 0{,}50 + 4{,}50 = 79{,}50 \text{ reais.}$$

Uma vez que se deseja reduzir o valor da conta em *pelo menos* 10%, o maior consumo possível para produzir a redução desejada na conta ocorrerá quando a redução do consumo for de exatamente 10%. Assim, para esse consumo máximo (que é o que desejamos calcular), o valor da conta deve ser de 90% do valor atual, ou seja, deve ser

$$\frac{90}{100} \cdot 79{,}50 = 71{,}55.$$

Há, agora, dois casos a considerar:

i. O novo consumo máximo ainda está acima de 140 kWh: nesse caso, a Cosip será de 4,5 reais. Portanto, nesse caso o valor da conta será de pelo menos

$$140 \cdot 0{,}5 + 4{,}5 = 74{,}5.$$

Como sabemos que o valor da conta deve ser de no máximo = 71,55, concluímos que esse caso não ocorre.

ii. O novo consumo máximo é de até 140 kWh: nesse caso, a Cosip será de 3 reais. Portanto, sendo x o total de kWh consumidos, temos a equação

$$x \cdot 0{,}50 + 3 = 71{,}55.$$

Agora,

$$\begin{aligned} x \cdot 0{,}50 + 3 = 71{,}55 &\Longrightarrow 0{,}50x = 71{,}55 - 3 \\ &\Longrightarrow 0{,}50x = 68{,}55 \\ &\Longrightarrow x = \frac{68{,}55}{0{,}50} \\ &\Longrightarrow x = 137{,}1. \end{aligned}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra **(c)**. ■

Obs Veja que, na solução da equação anterior, usamos (13.4) com a e b escritos como decimais. Você pode fazer isso sem medo, mas, para convencê-lo disso, vamos refazer esse cálculo, partindo de $0{,}50x = 68{,}55$ e evitando a divisão de decimais:

$$\begin{aligned} 0{,}50x = 68{,}55 &\Longrightarrow \frac{50}{100} \cdot x = \frac{6855}{100} \\ &\Longrightarrow x = \frac{100}{50} \cdot \frac{6855}{100} \\ &\Longrightarrow x = \frac{\cancel{100}}{50} \cdot \frac{6855}{\cancel{100}} \\ &\Longrightarrow x = \frac{6855}{50} \\ &\Longrightarrow x = \frac{68{,}55}{0{,}50}. \end{aligned}$$

Exercício 13.17 — ENEM - 2017. Uma escola organizou uma corrida de revezamento 4×400 metros, que consiste em uma prova esportiva disputada por equipes de 4 atletas cada, da seguinte forma: em cada equipe, cada um dos três primeiros atletas corre 400 metros segurando um bastão; ao final desse percurso, ele passa o bastão para o próximo atleta da equipe, e assim por diante; por fim, o quarto e último atleta da equipe corre seus 400 metros também segurando o bastão, até cruzar a linha de chegada. Sabe-se que a equipe ganhadora realizou a prova em um tempo total de 325 segundos, e que o segundo corredor dessa equipe fez seus 400 metros 15 segundos mais rapidamente que o primeiro; já o terceiro corredor realizou seus 400 metros 5 segundos mais rapidamente que o segundo corredor, enquanto o último fez seu percurso em 3/4 do tempo realizado pelo primeiro. Qual foi o tempo, em segundos, que o último atleta da equipe gastou para realizar seu percurso de 400 metros?

(a) 58.
(b) 61.
(c) 69.
(d) 72.
(e) 96.

Solução. Chamemos de t o tempo em que o primeiro atleta realizou o seu percurso. Como o segundo gastou 15 a menos, ele gastou $t - 15$. Já o terceiro, que foi 5 segundo mais rápido que o segundo, realizou seu percurso em $t-15-5$, isto é, em $t-20$ segundos. Finalmente, o último corredor realizou o seu percurso em $3/4$ do tempo gasto pelo primeiro, ou seja, ele gastou um tempo em segundos igual a $\frac{3}{4} \cdot t$ (ou, o que é o mesmo, $\frac{3t}{4}$).

Uma vez que a equipe ganhadora realizou a prova em um tempo total de 325 segundos, as informações acima podem ser sintetizadas na equação

$$t + (t-15) + (t-20) + \frac{3t}{4} = 325.$$

Vamos resolvê-la:

$$\begin{aligned} t + (t-15) + (t-20) + \frac{3t}{4} = 325 &\Longrightarrow 3t + \frac{3t}{4} = 325 + 15 + 20 \\ &\Longrightarrow \frac{3t \cdot 4 + 3t}{4} = 360 \\ &\Longrightarrow \frac{15t}{4} = 360 \\ &\Longrightarrow t = \frac{4}{\cancel{15}} \cdot \cancel{360}^{\,24} \\ &\Longrightarrow t = 4 \cdot 24 \\ &\Longrightarrow t = 96. \end{aligned}$$

Como o primeiro corredor gastou 96 segundos para realizar o seu percurso, temos que o quarto corredor gastou

$$\frac{3}{4} \cdot 96 = 72 \text{ segundos}.$$

Logo, a alternativa correta é a letra **(d)**. ■

13.3 – Exercícios Propostos

Nível 1

Exercício 13.18 Lucas vai comemorar seu aniversário indo ao cinema com seus amigos. Ele tem um total de 60 reais para comprar x ingressos. Cada ingresso custa 12 reais. Qual das seguintes equações corresponde à situação descrita acima?

(a) $x = 12 \cdot 60$.

(b) $12x = 60$.

(c) $x = \dfrac{12}{60}$.

(d) $60x = 12$.

(e) $12 = \dfrac{x}{60}$.

Exercício 13.19 Joaquim e José colecionam figurinhas. Juntos, eles têm 200 figurinhas. José tem n figurinhas e Joaquim tem 121 figurinhas. Qual das seguintes equações corresponde à situação descrita acima?

(a) $n = 121 + 200$.

(b) $200 + n = 121$.

(c) $121 - n = 200$.

(d) $121 + n = 200$.

(e) $n = 121 - 200$.

Exercício 13.20 Durante a quarentena que ocorreu por causa da pandemia de Covid-19, Antonio leu um livro de 400 páginas em d dias, lendo 25 páginas por dia. Qual das equações abaixo descreve essa situação?

(a) $25d = 400$.

(b) $d = 25 \cdot 400$.

(c) $400d = 25$.

(d) $d = \dfrac{25}{400}$.

(e) $400 = \dfrac{25}{d}$.

Exercício 13.21 Encontre mentalmente a solução de cada um dos problemas abaixo e, em seguida, escreva uma equação que represente cada situação.

(a) Qual é o número que somado a 12 resulta em 21?

(b) Subtraindo 9 de um número, encontramos 17. Que número é esse?

(c) Qual é o número cujo quíntuplo é igual a 35?

(d) A terça parte de um número é igual a 30. Qual é esse número?

(e) Subtraindo 3 unidades de um número, encontramos 9. Que número é esse?

(f) A diferença entre 36 e certo número natural é igual a 15. Qual é esse número?

(g) Qual é o número cujo dobro é igual a $\frac{1}{2}$.

(h) A quinta parte de um número é igual a 0,3. Que número é esse?

Exercício 13.22 Em cada um dos itens a seguri, encontre uma equação para descrever a situação e, em seguida, resolva a equação para resolver o problema.

(a) Fernando e Gabi adoram fazer cookies. Fernando fez 36 cookies de gotas de chocolate e Gabi fez x cookies tradicionais. Juntos, eles fizeram um total de 64 cookies. Quantos cookies Gabi fez?

(b) Arnaldo e Aline estão guardando dinheiro para comprar um jogo de tabuleiro. Arnaldo já conseguiu guardar 76 reais e Aline y reais. Juntos, os dois guardaram 123 reais. Quanto Aline já conseguiu guardar?

(c) A soma dos números naturais 134 e n é 342. Qual é o número representado pela letra n?

(d) Para pagar uma promessa, Alípio vai fazer uma viagem a pé de Fortaleza a Canindé. Ele pretende percorrer a diatância de 100 quilômetros entre as duas cidades em d dias. Qual deve ser o valor de d se Alípio caminhar a uma taxa de 20 quilômetros por dia?

(e) O dobro de um número natural n é igual a 94. Calcule o valor de n.

(f) Alan tinha 17 pares de tênis e doou p desses pares para um orfanato, ficando com 9 pares depois da doação. Quantos pares de tênis ele doou?

(g) Tio Arquimedes distribuiu b bombons entre seus 7 sobrinhos. Se cada sobrinho recebeu 8 bombons, quantos bombons tio Arquimedes distribuiu ao todo?

(h) Gabi produziu um total de 285 trufas de chocolate, trabalhando durante d dias consecutivos. Se ela produziu 19 trufas em cada dia, quantos dias ela levou para produzir todas as trufas?

Exercício 13.23 Dentre as equações abaixo, quais têm $x = 5$ como solução?

(a) $x + 4 = 9$.

(b) $\dfrac{x}{15} = 3$.

(c) $4 - x = 1$.

(d) $1 + 3x = 16$.

(e) $-10 = -2x$.

(f) $x + 2x + 3x = 25$.

Exercício 13.24 Resolva as equações a seguir:

(a) $x + 1 = 13$.

(b) $y - 2 = 19$.

(c) $m + 8 = 10$.

(d) $p + 7 = 7$.

(e) $t + 191 = 400$.

(f) $x - 132 = 137$.

(g) $17 + m = 13$.

(h) $122 + t = 700$.

(i) $d + 7 = 15$.

(j) $m - 12 = 21$.

(k) $12 + x = 37$.

(l) $52 - y = 66$.

Exercício 13.25 A soma de dois números inteiros consecutivos é 93. Quais são esses números?

Exercício 13.26 Nando vai ao parque aquático com seus amigos. Eles têm um total de 60 reais para comprar m ingressos. Cada ingresso custa 12 reais. Escreva uma equação para representar a situação e, em seguida, resolva a equação para encontrar a quantidade de ingressos que os amigos irão comprar.

Exercício 13.27 Na divisão exata de 63 pelo número n, o quociente é igual a 3. Escreva uma equação para representar a situação e, em seguida, resolva a equação para encontrar o valor de n.

Exercício 13.28 Toda vez que Gabriel leva o lixo até a lixeira, seu pai o recompensa com o valor de 5 reais. Em um determinado mês, Gabriel conseguiu um total de 90 reais, por ter levado o lixo até a lixeira n vezes. Escreva uma equação para representar a situação e, em seguida, resolva a equação para encontrar quantas vezes Gabriel levou o lixo naquele mês.

Exercício 13.29 Em um restaurante, André e seus três amigos decidiram dividir a conta igualmente. Se cada amigo pagou x reais e o valor total da conta foi 96 reais, escreva uma equação para representar a situação e, em seguida, resolva a equação para encontrar o valor pago por cada amigo.

Exercício 13.30 Sexta-feira passada, Abigail tinha R\$ 39,00. Durante o fim de semana, ela recebeu n reais por ter ajudado sua mãe com a faxina da casa. Abigail, agora, tem R\$ 63,00. Traduza essa situação em uma equação e, em seguida, a resolva para descobrir quanto Abigail recebeu da mãe pelo auxílio com a faxina.

Exercício 13.31 Joaquim pagou 36 reais por um caderno e um estojo de lápis. O estojo custou o dobro do caderno. Quanto Joaquim pagaria se tivesse comprado dois cadernos?

(a) R\$ 12,00.
(b) R\$ 18,00.
(c) R\$ 24,00.
(d) R\$ 36,00.
(e) R\$ 48,00.

Nível 2

Exercício 13.32 Resolva as equaçoes abaixo:

(a) $5x = 30$.

(b) $15 = 2y$.

(c) $\dfrac{m}{5} = 14$.

(d) $\dfrac{3}{y} = 18$.

(e) $\dfrac{p}{2} = \dfrac{3}{10}$.

(f) $2x + 3 = 15 - x$.

(g) $5t - 7 = t + 5$.

(h) $\dfrac{x}{3} + 1 = 7$.

(i) $\dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{4} - \dfrac{m}{2}$.

(j) $\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{4} = -\dfrac{1}{2}$.

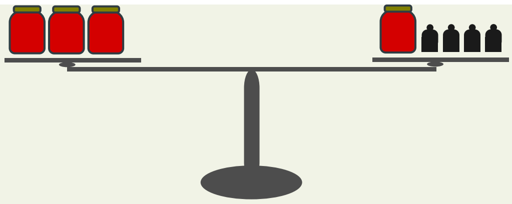
(k) $\dfrac{3x - 1}{5} = 7$.

(l) $\dfrac{4x + 5}{7} = -1$.

(m) $4(x + 1) = 16$.

(n) $5(x - 1) + 12 = -13$.

Exercício 13.33 Vivian vende geleia em uma feira na cidade de Fortaleza. A geleia é comercializada em potes de vidro idênticos. Certo dia, um freguês perguntou a Vivian qual o peso de cada pote (cheio de geleia). Ela dispunha apenas de uma balança de dois pratos e de quatro pesos de 150 gramas cada. Após algumas tentativas, Vivian conseguiu pôr a balança em equilíbrio, como podemos ver na figura abaixo:

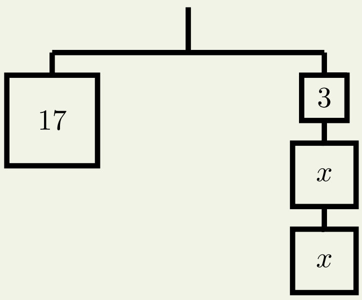


Que resposta Vivian deu ao freguês?

Exercício 13.34 Numa partida de basquete, as duas equipes, juntas, fizeram um total de 105 pontos. Se equipe Alfa fez o dobro de pontos feitos pela equipe Beta, quantos pontos marcou cada equipe?

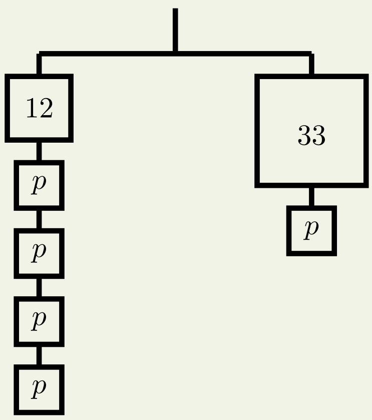
Exercício 13.35 Carlos tomou um táxi com três amigos. Quando eles chegaram ao destino, dividiram a corrida de x reais igualmente entre os quatro. Além da sua parte, Carlos também deu 5 reais de gorjeta ao taxista, tendo gasto um total de 12 reais. Escreva uma equação para representar a situação do problema e, em seguida, calcule o valor x da corrida.

Exercício 13.36 A imagem do cabide abaixo representa uma balança equilibrada:



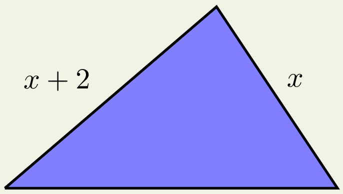
(a) Escreva a equação representada pelo cabide.
(b) Calcule o valor desconhecido x.

Exercício 13.37 A imagem do cabide abaixo representa uma balança equilibrada:



(a) Escreva a equação representada pelo cabide.
(b) Calcule o valor desconhecido p.

Exercício 13.38 O perímetro do triângulo da figura abaixo mede 24 cm. Calcule o valor do menor lado x.



Exercício 13.39 Monalisa pagou R$ 59,00 por sete canetas e um caderno. Sabendo que o preço do caderno foi R$ 17,00, quanto João pagou por duas canetas e um caderno, iguais aos que Monalisa comprou?

(a) R$ 6,00.
(b) R$ 7,00.
(c) R$ 23,00.
(d) R$ 29,00.
(e) R$ 31,00.

Exercício 13.40 Calos propôs o seguinte desafio a Igor: "*Pensei em um número, subtraí* 7 *unidades, multipliquei o resultado por* 8 *e, finalmente, subtraí* 2 *unidades. O resultado deu* 46. *Em que número pensei?*" Igor, que é muito atento, respondeu corretamente, montando e resolvendo uma equação.

(a) Escreva uma equação que pode ter sido utilizada por Igor para resolver o problema.
(b) Qual a resposta dada por Igor?

Exercício 13.41 O Colégio Alfa organizou uma aula de campo com todos os 343 alunos do Ensino Médio. Seis ônibus viajaram lotados, todos com um mesmo número de estudantes, enquanto os sete estudantes restantes viajaram nos carros de professores. Quantos estudantes estavam em cada ônibus?

Exercício 13.42 A soma de três números consecutivos é 72. Qual é o menor desses números?

Exercício 13.43 A soma de três números pares consecutivos é 144. Quais é o maior desses números?

Exercício 13.44 Maria ganhou uma certa quantidade de gibis de seu pai.

Na semana seguinte, ela comprou mais sete gibis. Dias depois, durante uma mudança, ela perdeu a metade de todos os gibis que tinha e ficou com apenas 22 gibis. Quantos gibis Maria ganhou do seu pai?

Exercício 13.45 Joana tinha algumas trufas de chocolate para dividir pra ela e seus quatro filhos. Ela separou dez trufas para si e depois dividiu igualmente a quantidade restante para os quatro filhos, cada um deles tendo recebido duas trufas. Quantas trufas Joana tinha, antes de fazer a divisão?

Exercício 13.46 — OBMEP. Margarida viu no quadro negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura. Qual é o número representado por $\spadesuit$?

$$\frac{2 \times 12 - \spadesuit}{3} = 5$$

(a) 9.
(b) 10.
(c) 12.
(d) 13.
(e) 15.

Exercício 13.47 Uma balança de dois pratos é usada para medir 2,5 kg de peixe, da seguinte forma: em um prato está o peixe, no outro um peso de 2 kg e mais um peso de 500 g. O peixe contém, em suas vísceras, um pedaço de chumbo de 200 g. O peso de 500 g, por ser oco, tem na verdade 300 g. Se 1kg desse peixe custa R$ 12,60, o consumidor pagará, na realidade, por kg, o preço de:

(a) R$ 14,60.
(b) R$ 15,00.
(c) R$ 15,50.
(d) R$ 16,00.

Exercício 13.48 — ENEM - 2017. Em um teleférico turístico, bondinhos saem de estações ao nível do mar e do topo de uma montanha. A travessia dura 1,5 minuto e ambos os bondinhos se deslocam à mesma velocidade. Quarenta segundos após o bondinho A partir da estação ao nível do mar, ele cruza com com o bondinho B, que havia saído do topo da montanha.

Quantos segundos após a partida do bondinho B partiu o bondinho A?

(a) 5.
(b) 10.
(c) 15.
(d) 20.
(e) 25.

Nível 3

Exercício 13.49 Resolva as equações abaixo:

(a) $3(x-5)+4(x+3)=2x+22$.

(b) $-5(x-1)-2(x-2)=4(x+5)$.

(c) $7(y-1)-2(y-5)=3(y-2)+5$.

(d) $-4(t-3)+7(t-1)=-2(t-10)-5(t+2)$.

Exercício 13.50 Resolva as equações abaixo:

(a) $\dfrac{m}{6}+\dfrac{m}{3}+\dfrac{m}{4}=\dfrac{2m}{3}+1$.

(b) $\dfrac{x-5}{3}+\dfrac{2x-1}{2}=\dfrac{1}{2}$.

(c) $\dfrac{y}{3}+\dfrac{y}{2}=\dfrac{y}{4}-14$.

(d) $\dfrac{x-2}{3}+2x=\dfrac{6x+4}{2}$.

(e) $\dfrac{3z}{4}-\dfrac{z}{2}=-2$.

(f) $\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{x-3}{3}=6$.

(g) $\dfrac{2t-3}{4}-\dfrac{2-t}{3}=\dfrac{t-1}{3}$.

(h) $\dfrac{3y+5}{2}-\dfrac{2y-9}{3}=\dfrac{5y-3}{2}-\dfrac{3-3y}{3}$.

Exercício 13.51 Resolva as equações abaixo:

(a) $3{,}5m+8=2(m+7)$.

(b) $3(x-0{,}3)+5(2x-0{,}6)=5x+\dfrac{x}{5}$.

(c) $\dfrac{x+1{,}2}{5}+\dfrac{x-1{,}2}{5}=\dfrac{5x-2}{10}$.

(d) $t+0{,}1t+0{,}2t+0{,}3t+0{,}4t=-0{,}1t-0{,}2t-0{,}3t-0{,}4t+0{,}9$.

Exercício 13.52 Os irmãos Jair e Gustavo resolveram economizar dinheiro durante certo período de tempo. Jair conseguiu guardar 3 reais e Gustavo 4 reais em cada dia desse período. No final, o pai deles os presenteou com 50 reais e, assim, eles ficaram com um total de 239 reais. Quantos dias durou o período no qual os irmãos guardaram dinheiro?

Exercício 13.53 — Acafe - SC. Um frasco com dois litros de iogurte contém suco de fruta, leite e mel. A quantidade de leite é o dobro da quantidade de suco de fruta, e a quantidade de mel é a nona parte da quantidade dos outros dois líquidos juntos. A quantidade de suco de fruta que esse frasco de iogurte contém é

(a) 500 ml.
(b) 600 ml.
(c) 750 ml.
(d) 800 ml.

Exercício 13.54 Amarildo foi ao supermercado levando o dinheiro exato para comprar 4 pacotes de macarrão. Chegando lá, ele viu que o preço de cada pacote havia aumentado em R$ 0,50. Desse modo, ele comprou apenas 3 pacotes e voltou pra casa com R$ 2,00 de troco. Quanto Amarildo pagou, em reais, por cada pacote de macarrão?

(a) R$ 5,00.
(b) R$ 4,50.
(c) R$ 4,00.
(d) R$ 3,50.
(e) R$ 3,00.

Exercício 13.55 A soma dos três algarismos de um número é igual a 19. O algarismo das dezenas é o quádruplo do algarismo das centenas, e o algarismo das unidades é o sucessor do algarismo das dezenas. Qual e esse número?

Exercício 13.56 Em um hotel para cães e gatos, 10% dos cães acham que são gatos e 10% dos gatos acham que são cães. Verificou-se também que 20% dos animais acham que são gatos. Se no hotel existem 10 gatos, quantos são os cães?

Exercício 13.57 Carol está viajando de avião. Primeiro ela leu um livro; depois dormiu; depois olhou pela janela e depois bebeu suco de laranja. Cada uma dessas atividades, exceto a primeira, levou exatamente a metade do tempo da anterior. Ela começou a ler seu livro ao meio-dia e terminou seu suco de laranja às 13:00h. Quando Carol começou a olhar pela janela?

Exercício 13.58 Em certa cidade, em um período de cinco dias consecutivos, a temperatura mínima registrada diminuiu exatamente 1ºC por dia. A média das temperaturas mínimas nesse período foi de 6,5ºC. Quais foram as temperaturas mínimas registradas em cada um dos cinco dias?

Exercício 13.59 — CAP - UFRJ. Por falta de tratamento de água, $\frac{1}{4}$ dos peixes que havia num aquário morreu. O equivalente à metade dos que morreram está doente, e há dez peixes estão saudáveis. Quantos peixes havia inicialmente nesse aquário?

Exercício 13.60 O lado de um triângulo equilátero mede 2 cm a mais do que o lado de um quadrado. Qual é a área do quadrado, sabendo que as duas figuras têm perímetros iguais?

Exercício 13.61 No início de cada mês, Carla separa a metade de seu salário para pagar o aluguel, contas de água, energia e Internet. Ela gasta, ainda, dois quintos de seu salário em gastos com alimentação e transporte. Sobram R$ 480,00, que Carla utiliza com outras despesas. Quanto Carla recebe por mês?

Exercício 13.62 — Unicamp. Uma senhora comprou uma caixa de bombons para seus dois filhos. Um deles tirou para si metade dos bombons da caixa. Mais tarde, o outro menino também tirou para si metade dos bombons que encontrou na caixa. Sabendo que, após isso, restaram 10 bombons, calcule quantos bombons havia inicialmente na caixa.

Exercício 13.63 — OBMEP. Nas balanças, há sacos de areia de mesmo peso e tijolos idênticos. Quanto deve marcar a última balança?

(a) 22 kg.
(b) 23 kg.
(c) 24 kg.
(d) 25 kg.
(e) 26 kg.

Nível 4

Exercício 13.64 — OBM. Os alunos de uma escola participaram de uma excursão, para a qual dois ônibus foram contratados. Quando os ônibus chegaram, 57 alunos entraram no primeiro ônibus e apenas 31 no segundo.

Quantos alunos devem passar do primeiro para o segundo ônibus para que a mesma quantidade de alunos seja transportada nos dois ônibus?

Exercício 13.65 — OBM. Uma barra de chocolate é dividida entre Nelly, Penha e Sônia. Sabendo que Nelly ganha $\frac{2}{5}$ da barra, Penha ganha $\frac{1}{4}$ e Sônia ganha 70 gramas, qual é o peso da barra?

Exercício 13.66 — OBM. Em 31 partidas jogadas, um time de futebol ganhou 8 jogos a mais do que perdeu e empatou 3 jogos a menos do que ganhou. Quantas partidas o time venceu?

Exercício 13.67 — OBM. Um jornal publicou a tabela de um campeonato de futebol formado por quatro times, apresentando os gols marcados e os gols sofridos por cada time. Por uma falha de impressão, a tabela saiu com dois números borrados, conforme reprodução a seguir.

	Gols marcados	Gols sofridos
Craques do Momento	8	4
Independentes	1	6
EC Boleiros	4	***
Esmeralda FC	5	***

Sabe-se que o time Esmeralda FC sofreu dois gols a mais que o time EC Boleiros. Quantos gols sofreu o time Esmeralda FC?

Exercício 13.68 — OBM. Numa classe do sexto ano, de cada 11 estudantes, 4 são meninas. Se há 15 meninos a mais do que meninas, quantos alunos há na classe?

Exercício 13.69 — OBM. Os gatos Mate e Tica estão dormindo no sofá. Mate chegou antes e, quando Tica chegou, ela ocupou um quarto da superfície que havia sobrado do sofá. Os dois juntos ocupam exatamente a metade da superfície do sofá. Que parte da superfície do sofá está ocupada por Tica?

Exercício 13.70 — OMCPLP 2013. Xiluva tem laranjas e cestas. Se Xiluva coloca duas laranjas em cada cesta, sobram quatro laranjas. Se ela coloca cinco laranjas em cada cesta, uma cesta fica vazia. Quantas laranjas e cestas tem Xiluva?

Exercício 13.71 — OBMEP. Ana escreveu cinco números em uma folha de papel. Escondendo cada um deles e somando os outros quatro, ela obteve os seguintes resultados: 29, 32, 35, 39 e 41. Qual é a soma do maior com o menor dos números que Ana escreveu?

(a) 10.
(b) 12.

(c) 15.
(d) 18.
(e) 20.

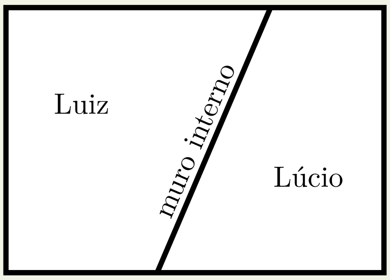
Exercício 13.72 Aristides saiu de casa com certa quantia em dinheiro e foi à feira comprar frutas e verduras. Lá, ele gastou $\frac{2}{9}$ do dinheiro que tinha comprando 2 dúzias de bananas. Depois disso, gastou $\frac{3}{7}$ do que restou com a compra de algumas hortaliças. Aristides reclamou muito da qualidade e do preço das frutas e verduras disponíveis naquele dia e não comprou mais nada. Assim, ele voltou pra casa com os R$ 45,20 que ainda restaram. Quanto Aristides pagou por cada dúzia de bananas?

(a) R$ 11,30.
(b) R$ 22,60.
(c) R$ 56,50.
(d) R$ 33,90.
(e) R$ 45,20.

Exercício 13.73 — OBMEP. Uma melancia média e duas melancias grandes custam o mesmo que oito melancias pequenas. Uma melancia média e uma pequena custam o mesmo que uma melancia grande. Quantas melancias pequenas podem ser compradas pelo mesmo preço de uma melancia grande?

(a) 3.
(b) 4.
(c) 5.
(d) 6.
(e) 7.

Exercício 13.74 — OBMEP. Os irmãos Luiz e Lúcio compraram um terreno cercado por um muro de 340 metros. Eles construíram um muro interno para dividir o terreno em duas partes. A parte de Luiz ficou cercada por um muro de 260 metros e a de Lúcio, por um muro de 240 metros. Qual é o comprimento do muro interno?



(a) 80 m.
(b) 100 m.
(c) 160 m.
(d) 180 m.
(e) 200 m.

Exercício 13.75 — ENEM - 2016. O setor de recursos humanos de uma empresa pretende fazer contratações para adequar-se ao artigo 93 da Lei nº 8.213/91, que dispõe[a]:

Art. 93. A empresa com 100 (cem) ou mais empregados está obrigada a preencher de 2% (dois por cento) a 5% (cinco por cento) dos seus cargos com beneficiários reabilitados ou pessoas com deficiência, habilitadas, na seguinte proporção:

I. até 200 empregados................2%;
II. de 201 a 500 empregados...........3%;
III. de 501 a 1000 empregados.......4%;
IV. de 1001 em diante...............5%.

Constatou-se que a empresa possui 1200 funcionários, dos quais 10 são reabilitados ou com deficiência, habilitados. Para adequar-se à referida lei, a empresa contratará apenas empregados que atendem ao perfil indicado no artigo 93. O número mínimo de empregados reabilitados ou com deficiência, habilitados, que deverá ser contratado pela empresa é

(a) 74.
(b) 70.
(c) 64.
(d) 60.
(e) 53.

[a]Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 3 fev. 2015.

Exercício 13.76 — ENEM - 2017. Um marceneiro recebeu a encomenda de uma passarela de 14,935 m sobre um pequeno lago, conforme a Figura I. A obra será executada com tábuas de 10 cm de largura, que já estão com o comprimento necessário para a instalação, deixando-se um espaçamento de 15 mm entre tábuas consecutivas, de acordo com a planta do projeto na

Figura II.

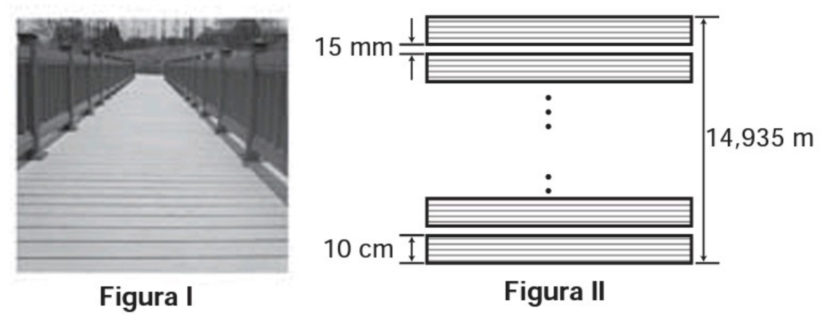


Figura I Figura II

Desconsiderando-se eventuais perdas com cortes durante a execução do projeto, quantas tábuas, no mínimo, o marceneiro necessitará para a execução da encomenda?

(a) 60.
(b) 100.
(c) 130.
(d) 150.
(e) 598.

Exercício 13.77 — ENEM - 2018. Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a sua área cultivada. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em toneladas, e a área cultivada. Sabe-se que a área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras. Qual é a área mínima, em hectares, que o produtor precisará comprar?

(a) 36.
(b) 33.
(c) 27.
(d) 24.
(e) 21.

Exercício 13.78 — ENEM - 2015. A expressão “Fórmula de Young” é utilizada para calcular a dose infantil de um medicamento, dada a dose do adulto:

$$\text{dose de criança} = \frac{\text{idade da criança (em anos)}}{\text{idade da criança (em anos)} + 12} \cdot \text{dose de adulto}.$$

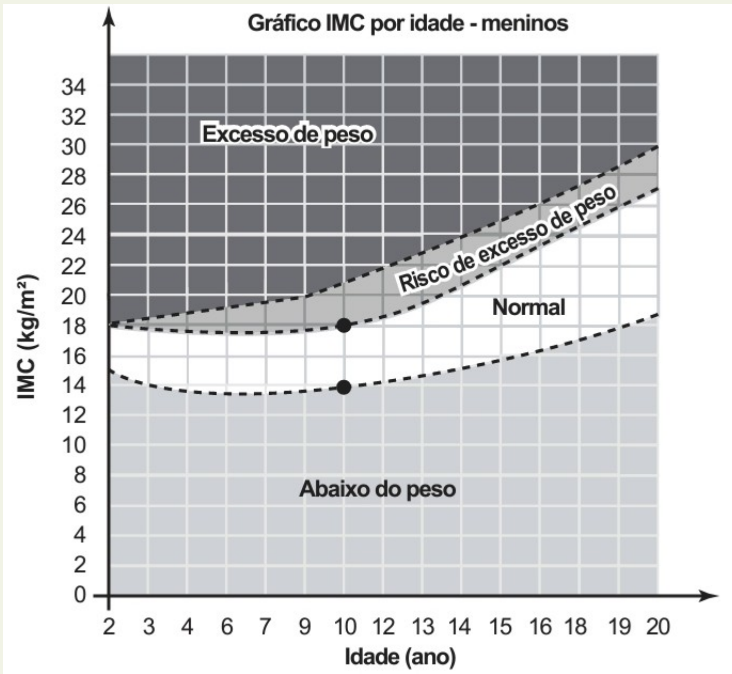
Uma enfermeira deve administrar um medicamento X a uma criança inconsciente, cuja dosagem de adulto é de 60 mg. A enfermeira não consegue descobrir onde está registrada a idade da criança no prontuário, mas identifica que, algumas horas antes, foi administrada a ela uma dose de 14 mg de um medicamento Y, cuja dosagem de adulto é 42 mg. Sabe-se que a dose da medicação Y administrada à criança estava correta. Então, a enfermeira deverá ministrar uma dosagem do medicamento X, em miligramas, igual a

(a) 15.
(b) 20.
(c) 30.
(d) 36.
(e) 40.

Exercício 13.79 — ENEM - 2016. O Índice de Massa Corporal (IMC) pode ser considerado uma alternativa prática, fácil e barata para a medição direta de gordura corporal. Seu valor pode ser obtido pela fórmula

$$\text{IMC} = \frac{\text{Massa}}{(\text{Altura})^2},$$

na qual a massa é medida em quilogramas e a altura em metros. As crianças, naturalmente, começam a vida com um alto índice de gordura corpórea, mas vão ficando mais magras conforme envelhecem. Por isso, os cientistas criaram um IMC especialmente para as crianças e jovens adultos, dos dois aos vinte anos de idade, chamado de IMC por idade. O gráfico mostra o IMC por idade para meninos.



Uma mãe resolveu calcular o IMC de seu filho, um menino de dez anos de idade, com 1,20 m de altura e 30,92 kg[a]. Para estar na faixa de IMC considerada normal, os valores mínimo e máximo que esse menino precisa emagrecer, em quilogramas, devem ser, respectivamente,

(a) 1,12 e 5,12.
(b) 2,68 e 12,28.
(c) 3,47 e 7,47.
(d) 5,00 e 10,76.
(e) 7,77 e 11,77.

[a]Disponível em: http://saude.hsw.uol.com Acesso em: 31 jul. 2012.

Exercício 13.80 — ENEM - 2017. A energia solar vai abastecer parte da demanda de energia do *campus* de uma universidade brasileira. A instalação de painéis solares na área dos estacionamentos e na cobertura do hospital pediátrico será aproveitada nas instalações universitárias e também ligada à rede da companhia elétrica distribuidora de energia.

O projeto inclui 100 m^2 de painéis solares que ficarão instalados nos estacionamentos, produzindo energia elétrica e proporcionando sombra para os carros. Sobre o hospital serão colocados aproximadamente 300 m^2 de painéis, sendo 100 m^2 para gerar energia elétrica utilizada no *campus* e 200 m^2 para geração de energia térmica, produzindo aquecimento de água utilizada nas caldeiras do hospital.

Suponha que cada metro quadrado de painel solar para energia elétrica gere uma economia de 1 kWh por dia e cada metro quadrado produzindo energia térmica permita economizar 0,7 kWh por dia para a universidade. Em uma segunda fase do projeto, será aumentada em 75% a área coberta pelos painéis solares que geram energia elétrica. Nessa fase, também deverá ser ampliada a área de cobertura com painéis para geração de energia térmica[a].

Para se obter o dobro da quantidade de energia economizada diariamente em relação à primeira fase, a área total dos painéis que geram energia térmica, em metros quadrados, deverá ter o valor mais próximo de

(a) 231.
(b) 431.
(c) 472.
(d) 523.
(e) 672.

[a]Disponível em: http://agenciabrasil.ebc.com.br Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).