GUIA DA(O) PROFESSORA(OR)

MATEMÁTICA

CONEXÃO
EDUCAÇÃO

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

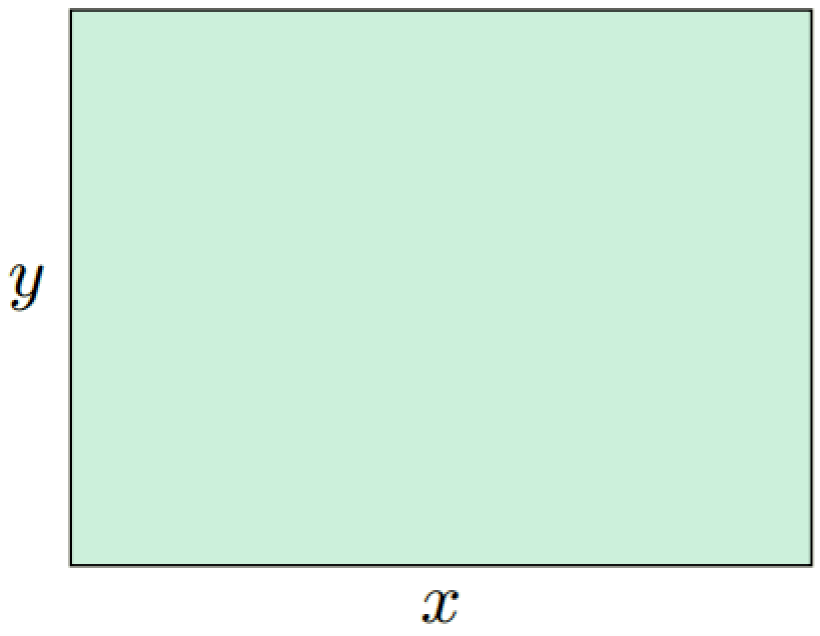
Coordenadoria Estadual de Formação Docente e Educação a Distância CED
CEARÁ EDUCA
CEARÁ GOVERNO DO ESTADO SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS E POLINÔMIOS

Profa. Tábita Cavalcante

Expressões algébricas

Joaquim deseja comprar um terreno na praia de Mundaú, para construir uma casa de veraneio. Depois de cinco anos de muita economia, ele conseguiu juntar a quantia de cem mil reais para esse fim. Então, Joaquim marcou um encontro com Jaime, que é corretor de imóveis e ficou de apresentar algumas opções. O primeiro terreno que Jaime apresentou a Joaquim tinha forma retangular, com 15 metros de largura e 25 metros de comprimento. Jaime informou a Joaquim que o preço do terreno era de R$ 250,00 por metro quadrado. Joaquim invocou os conhecimentos que adquiriu na escola, ainda no Ensino Fundamental, e percebeu rapidamente que o dinheiro que tinha era suficiente para comprar o terreno.



(a) Como ele chegou a essa conclusão?

Expressões algébricas

SOLUÇÃO

Joaquim lembrou que a fórmula para o cálculo da área de um retângulo a partir das medidas das suas dimensões x e y é dada pela expressão algébrica

$$A = x \cdot y.$$

Desse modo, a área do terreno que Jaime apresentou é igual a

$$A = 15 \cdot 25 = 375\, m^2$$

Como cada m² do terreno custa R$ 250,00, o preço T a ser pago seria

$$T = 375 \cdot 250 = 93.750\, reais.$$

Expressões algébricas

(b) Nas próximas visitas, qual é a expressão algébrica que Joaquim deve utilizar para calcular os valores dos terrenos, sabendo que todos são retangulares, com dimensões x e y dadas em metros, e têm o mesmo valor por m² que o primeiro terreno?

SOLUÇÃO

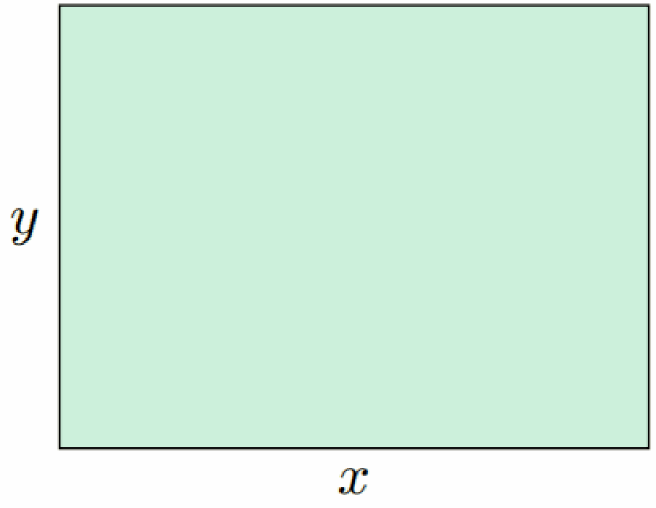
Uma vez que a área de um terreno retangular de dimensões x metros e y metros é dada por x · y metros quadrados e o preço do terreno é R$ 250,00 por metro quadrado, temos que o preço T de um terreno genérico, em reais, é dado pela expressão algébrica

$$T = x \cdot y \cdot 250 = 250xy.$$

Expressões algébricas

(c) Sabendo que Joaquim deseja cercar o terreno (de dimensões x e y dadas em metros) com um muro, ao custo de R$ 30,00 por metro, qual é a expressão algébrica que representa o custo total do terreno, depois de cercado?

SOLUÇÃO



O comprimento do muro é igual ao perímetro do terreno, que é igual a

$$x + x + y + y = 2x + 2y.$$

Assim, o custo M do muro é dado pela expressão algébrica

$$M = (2x + 2y) \cdot 30 = 30 \cdot 2(x + y) = 60(x + y).$$

Logo, o valor total gasto por Joaquim para comprar o terreno e depois murá-lo é

$$V = T + M = 250xy + 60(x + y)$$

CEARÁ GOVERNO DO ESTADO SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Valores numéricos de expressões algébricas

No caso do terreno visitado por Joaquim de dimensões 15m por 25m a área é dada por

$$A = 15 \cdot 25 = 375\, m^2$$

Neste caso, 375 é o **valor numérico** da expressão algébrica

$$A = x \cdot y.$$

Assim como o valor pago a ser pago na compra do terreno é o **valor numérico** da expressão algébrica, notamos que 93.750 é o valor numérico da expressão algébrica $T = 250xy$, também para $x = 15$ e $y = 25$.

CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Monômios

Um **monômio** é uma expressão algébrica dada pelo produto de um número real não nulo por um número finito de potências de expoentes inteiros e não negativos, cujas bases são variáveis. Por exemplo:

$-3x^2$ $\begin{cases} \text{Parte literal: } x^2 \\ \text{Parte numérica: } -3 \\ \text{Grau: } 2 \end{cases}$

$-\frac{7}{5}m^2n^3$ $\begin{cases} \text{Parte literal: } m^2n^3 \\ \text{Parte numérica: } -\frac{7}{5} \\ \text{Grau: } 5 \end{cases}$

$\sqrt[3]{8}a^3b^4c$ $\begin{cases} \text{Parte literal: } a^3b^4c \\ \text{Parte numérica: } \sqrt[3]{8} \\ \text{Grau: } 8 \end{cases}$

Dizemos que dois ou mais **monômios são semelhantes** se possuem a mesma parte literal.

- Os monômios $-4x^2y^3z$ e $\sqrt{5}x^2y^3z$ são semelhantes, pois ambos possuem parte literal igual a x^2y^3z .
- Os monômios $\frac{11}{9}p^5q^4$ e $\frac{11}{9}p^4q^5$não são semelhantes, pois ambos possuem partes literais distintas.

Operações com monômios

Para adicionar (ou subtrair) dois ou mais monômios semelhantes, devemos adicionar (ou subtrair) seus coeficientes e conservar a parte literal comum.

Exemplo 1:

$$-8\,xy^3 + \frac{1}{2}x^3y^2 + 4xy^3 + \frac{3}{2}x^3y^2 =$$

$$-8\,xy^3 + 4xy^3 + \frac{1}{2}x^3y^2 + \frac{3}{2}x^3y^2 =$$

$$(-8+4)xy^3 + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)x^3y^2 =$$

$$-4xy^3 + 2x^3y^2$$

Para multiplicar (ou dividir) monômios, multiplicamos (ou dividimos) os coeficientes e as partes literais.

Exemplo 2:

$$5xy^2 \cdot 3x^2y^2 \quad = (5 \ \cdot 3)x^{1+2}y^{2+2}y^4 \quad = 15x^3y^4$$

Exemplo 3:

$$\frac{45m^8n^7p^3}{9m^3n^2p} \quad = (45 \ \div 9)m^{8-3}n^{7-2}p^{3-1} \ = 5m^5n^5p^2$$

Polinômios

Um **polinômio** é uma expressão algébrica que é dada por uma soma finita de monômios. Por exemplo,

$$P(x) = 3x^2y - 3xy^3 + \sqrt{2}xy + 7$$

Os **coeficientes** de um polinômio são os coeficientes dos monômios que o compõem. O **grau** de um polinômio é o maior dentre todos os graus dos monômios que o compõem.

- Coeficientes: $3, -3, \sqrt{2\ e\ 7}$.
- Grau: 3, 4, 2 e 0, seu grau é igual a 4.

Operações com polinômios

Para adicionar (ou subtrair) dois polinômios, adicionamos (ou subtraímos) os monômios de um aos do outro e, depois, reduzimos os monômios semelhantes.

Se $\mathrm{P(x)} = 3x^4 - 5x + 4$ e $\mathrm{Q(x)} = -x^5 + 8x^4 + 8x$, encontre:

- $\mathrm{P(x)} + \mathrm{Q(x)}$

$$(3x^4 - 5x + 4) + (-x^5 + 8x^4 + 8x)$$

$$-x^5 + 3x^4 + 8x^4 - 5x + 8x + 4$$

$$-x^5 + 11x^4 + 3x + 4$$

- $\mathrm{P(x)} - \mathrm{Q(x)}$

$$(3x^4 - 5x + 4) - (-x^5 + 8x^4 + 8x)$$

$$3x^4 - 5x + 4 + x^5 - 8x^4 - 8x$$

$$x^5 + 3x^4 - 8x^4 - 5x - 8x + 4$$

$$x^5 - 5x^4 - 13x + 4$$

CEARÁ GOVERNO DO ESTADO SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Operações com polinômios

Para multiplicar dois polinômios, multiplicamos cada monômio de um deles por todos os monômios do outro. Em seguida, adicionamos os resultados, reduzindo os monômios semelhantes.

Se $\mathrm{P(x)} = 2\mathrm{x} - 1$ e $\mathrm{Q(x)} = x + 3$, encontre $\mathrm{P(x)} \cdot \mathrm{Q(x)}$:

$$(2x - 1) \cdot (x + 3)$$

$$2x \cdot x + 2x \cdot 3 - 1 \cdot x - 1 \cdot 3$$

$$2x^2 + 6x - 1x - 3$$

$$2x^2 + 5x - 3$$

CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Operações com polinômios

Para multiplicar dois polinômios, multiplicamos cada monômio de um deles por todos os monômios do outro. Em seguida, adicionamos os resultados, reduzindo os monômios semelhantes.

Se $\mathrm{P(x)} = 2\mathrm{x} - 1$ e $\mathrm{Q(x)} = x + 3$, encontre $\mathrm{P(x)} \cdot \mathrm{Q(x)}$:

$$(2x - 1) \cdot (x + 3)$$

$$2x \cdot x + 2x \cdot 3 - 1 \cdot x - 1 \cdot 3$$

$$2x^2 + 6x - 1x - 3$$

$$2x^2 + 5x - 3$$

CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

ENEM 2013

Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a 2/3 do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos. Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y

(a) $5X - 3Y + 15 = 0$.

(b) $5X - 2Y + 10 = 0$.

(c) $3X - 3Y + 15 = 0$.

(d) $3X - 2Y + 15 = 0$.

(e) $3X - 2Y + 10 = 0$.

ENEM 2013

SOLUÇÃO

Em cada ciclo de Y segundos, a luz amarela fica acesa por 5 segundos e a luz verde fica acesa por X segundos. Como o tempo em que a luz verde permanece acesa é igual a 2/3 do tempo em que a luz vermelha fica acesa, temos que o tempo em que a luz vermelha fica acesa é igual a 3/2 · X. Desse modo, temos:

$$\mathrm{Y} = 5 + \mathrm{X} + \frac{3X}{2} \quad = \frac{10 + 2X + 3X}{2} = \frac{10 + 5X}{2}$$

Portanto,

$$2\mathrm{Y} = 10 + 5\mathrm{X}$$

$$5\mathrm{X} - 2\mathrm{Y} + 10 = 0$$

ENEM 2013

Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a 2/3 do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos. Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y

(a) $5X - 3Y + 15 = 0$.

(b) $5X - 2Y + 10 = 0$.

(c) $3X - 3Y + 15 = 0$.

(d) $3X - 2Y + 15 = 0$.

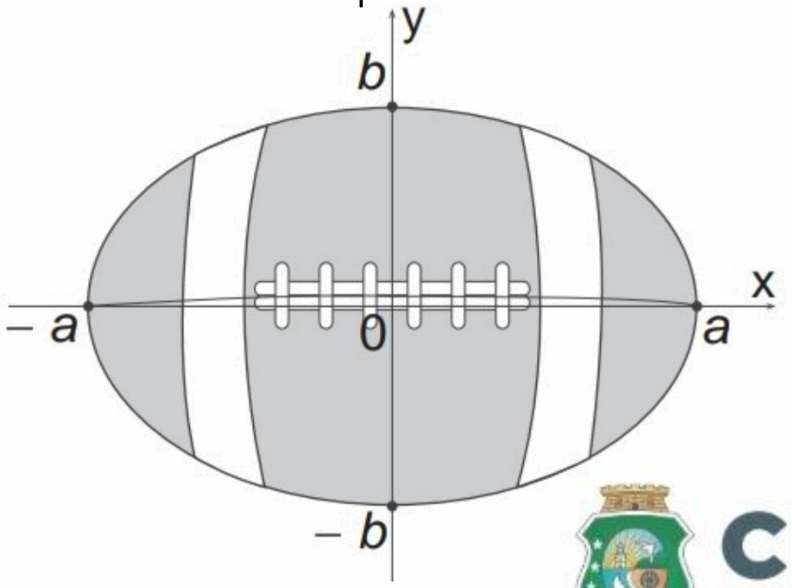
(e) $3X - 2Y + 10 = 0$.

ENEM 2015

A figura representa a vista superior de uma bola de futebol americano, cuja forma é um elipsoide obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo das abscissas. Os valores **a** e **b** são, respectivamente, a metade do seu comprimento horizontal e a metade do seu comprimento vertical. Para essa bola, a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical.

Considere que o volume aproximado dessa bola é dado por $V = 4ab^2$. O volume dessa bola, em função apenas de b, é dado por

(a) $8b^3$.   (b) $6b^3$.   (c) $5b^3$.   (d) $4b^3$.   (e) $2b^3$.



SOLUÇÃO

Como a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical, temos

$$2a - 2b = \frac{1}{2} \cdot 2b,$$

ou seja,

$$2a - 2b = b$$

$$2a = 3b$$

$$a = \frac{3b}{2}$$

Desse modo, o volume, em função de b, é dado por

$$V = 4ab^2$$

$$V = 4 \cdot \frac{3b}{2} \cdot b^2$$

$$V = 2 \cdot 3b \cdot b^2$$

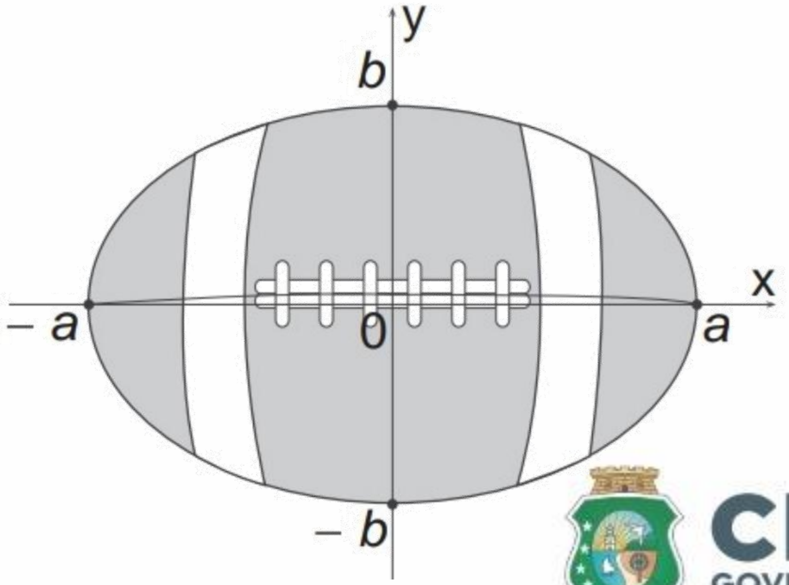
$$V = 6b^3$$

ENEM 2015

A figura representa a vista superior de uma bola de futebol americano, cuja forma é um elipsoide obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo das abscissas. Os valores **a** e **b** são, respectivamente, a metade do seu comprimento horizontal e a metade do seu comprimento vertical. Para essa bola, a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical.

Considere que o volume aproximado dessa bola é dado por $V = 4ab^2$. O volume dessa bola, em função apenas de b, é dado por

(a) $8b^3$. (b) $6b^3$. (c) $5b^3$. (d) $4b^3$. (e) $2b^3$.



CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

www.seduc.ce.gov.br

www.facebook.com/EducacaoCeara
twitter.com/seducceara
instagram.com/seduc_ceara
www.youtube.com/seducceara