



CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO



Executiva de Ensino Médio e Profissional -SexecEMPSecretaria
Coordenadoria de Gestão Pedagógica de Ensino Médio - Cogem

**Foco em Matemática -
2025**

Das evidências às intervenções pedagógicas

Jorge Lira
Programa Cientista-Chefe
UFC/FUNCAP/SEDUC
Fortaleza, 26 de março de 2025



CIENTISTA CHEFE
E D U C A Ç Ã O

Pauta da formação



- Análise pedagógica das evidências geradas no SPAECE e SISEDU
- Desenho de percursos formativos e rotinas pedagógicas
- Apresentação de materiais estruturados para suporte aos percursos
- Oficinas de implementação de percursos formativos

Análise pedagógica dos resultados do SPAECE 2024 (segunda série do EM)

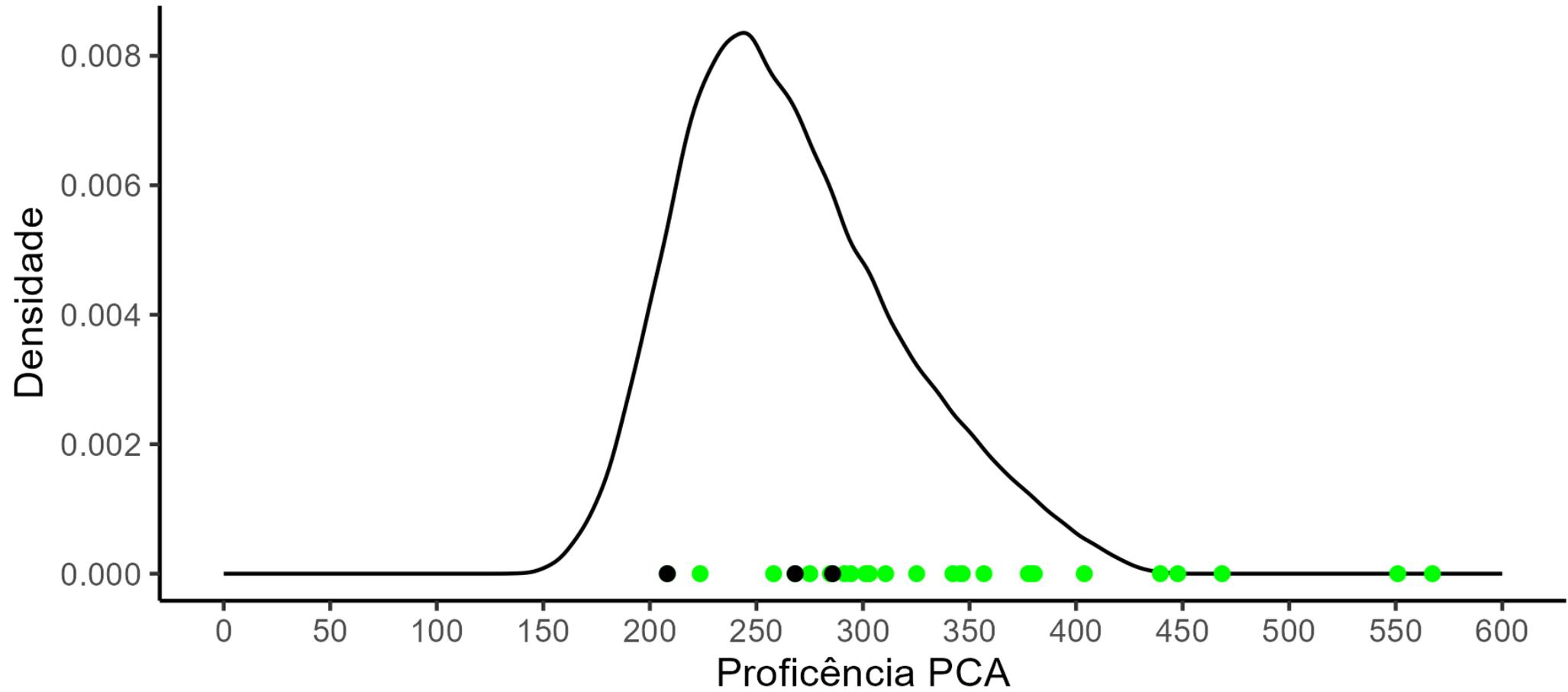


Intervalos de proficiência

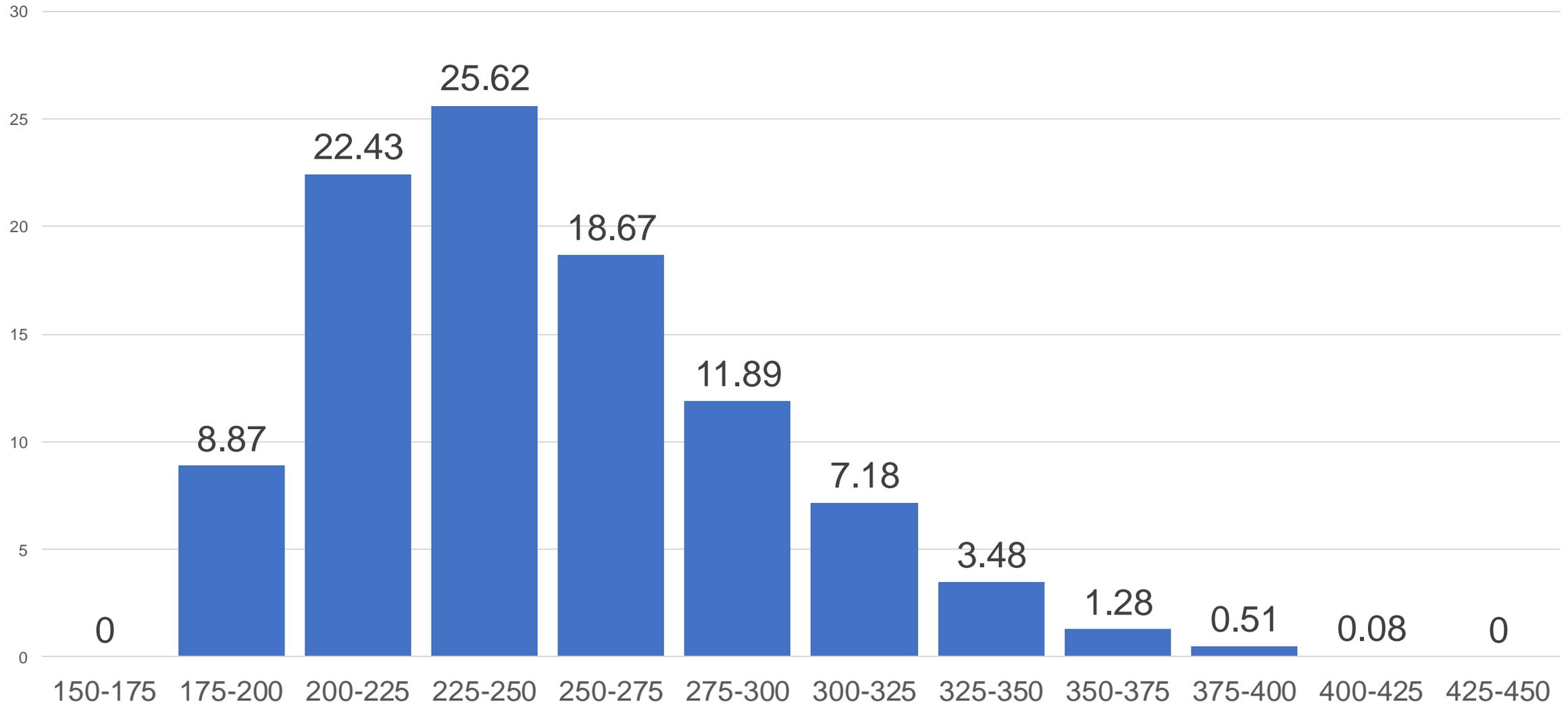


■ Min ■ 1Q ■ Mediana ■ 3Q ■ Max

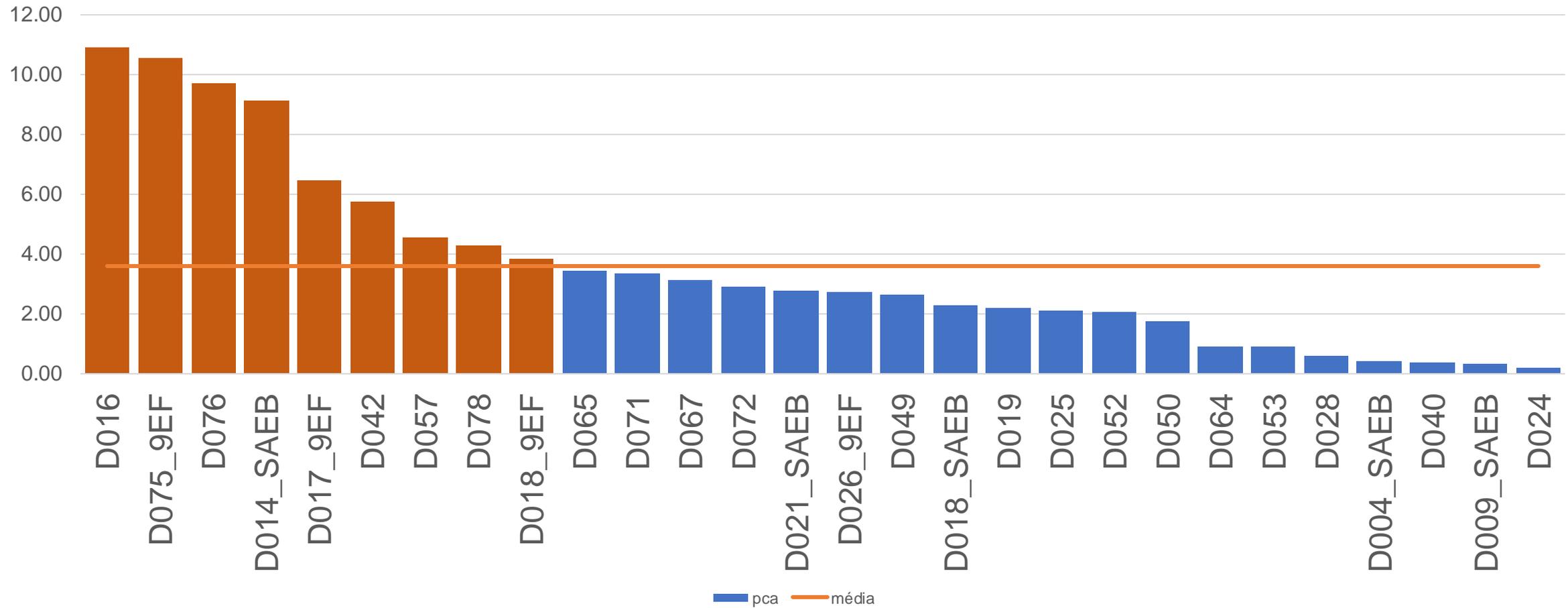
Distribuição de proficiências



Distribuição de proficiências



Contribuição das habilidades para o resultado geral



Item	Habilidade	Dificuldade	Acer-tos	Acer-tos Q1	Acer-tos Q2	Acer-tos Q3	Acer-tos Q4
Aritmética – Números e operações/Álgebra e Funções							
D14_SAEB Identificar a localização de números reais na reta numérica	D14 Identificar a localização de números reais na reta numérica	258 (2Q)	53%	20%	42%	68%	87%
D017_9EF Resolver situação-problema utilizando porcentagem.	D16 Resolver problema envolvendo porcentagem	275 (3Q)	45%	20%	31%	50%	82%
D016 Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.	D21 (nono ano) Reconhecer as diferentes representações de um número racional	286 (3Q)	38%	12%	18%	41%	89%

*Matriz de referência disponível em https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/ce/matrizes/2024/CE_MT_SOMATIVA.pdf

** Matriz de referência disponível em

https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/matriz-de-referencia-de-matematica_2001.pdf

Descritor (SPAECE - 2EM - MAT)*	Descritor correlato SAEB - 3EM - MAT**	Dificuldade	Acer-tos	Acer-tos Q1	Acer-tos Q2	Acer-tos Q3	Acer-tos Q4
Pré-Álgebra e Álgebra – Números e operações/Álgebra e Funções							
D18_9EF Resolver situação-problema envolvendo a variação proporcional entre grandezas, direta ou inversamente, proporcionais.	D15 Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.	311 (4Q)	32%	14%	25%	41%	64%
Álgebra e Geometria – Espaço e Forma							
D57 Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.	D6 Identificar a localização de pontos no plano cartesiano	301 (4Q)	35%	9%	27%	45%	65%

Descritor (SPAECE - 2EM - MAT)*	Descritor correlato SAEB - 3EM - MAT**	Dificuldade	Acertos	Acertos Q1	Acertos Q2	Acertos Q3	Acertos Q4
Probabilidade e Dados – Tratamento da Informação & Números e Operações/Álgebra e Funções							
D76 Associar informações apresentadas em listas e/ ou tabelas aos gráficos que as representam e vice-versa.	D35 Associar informações apresentadas em listas e/ou tabela simples aos gráficos que as representam, e vice-versa.	208 (1Q)	78%	47%	81%	94%	98%
D75_9EF Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas ou gráficos.	D34 Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos	268 (3Q)	47%	8%	34%	67%	90%
D42 Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da probabilidade de um evento.	D33 Calcular a probabilidade de um evento.	285 (3Q)	40%	13%	27%	47%	80%

Descritor (SPAECE - 2EM - MAT)*	Descritor correlato SAEB - 3EM - MAT**	Dificuldade	Acertos	Acertos Q1	Acertos Q2	Acertos Q3	Acertos Q4
Geometria & Medidas – Espaço e Forma & Grandezas e Medidas							
D65 Calcular o perímetro de figuras planas numa situação-problema.	D11 Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	291 (3Q)	40%	15%	33%	51%	66%
D67 Resolver problema envolvendo o cálculo da área de figuras planas.	D67 Resolver problema envolvendo o cálculo da área de figuras planas.	347 (4Q)	22%	15%	14%	15%	48%
D71 Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera.	D13 - Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).	379 (4Q)	14%	10%	9%	11%	30%

Descritor (SPAECE - 2EM - MAT)*	Descritor correlato SAEB - 3EM - MAT**	Dificuldade	Acer-tos	Acer-tos Q1	Acer-tos Q2	Acer-tos Q3	Acer-tos Q4
Geometria & Medidas – Espaço e Forma & Grandezas e Medidas							
D72 Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situação-problema.	D13 - Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).	378 (4Q)	15%	9%	9%	12%	35%

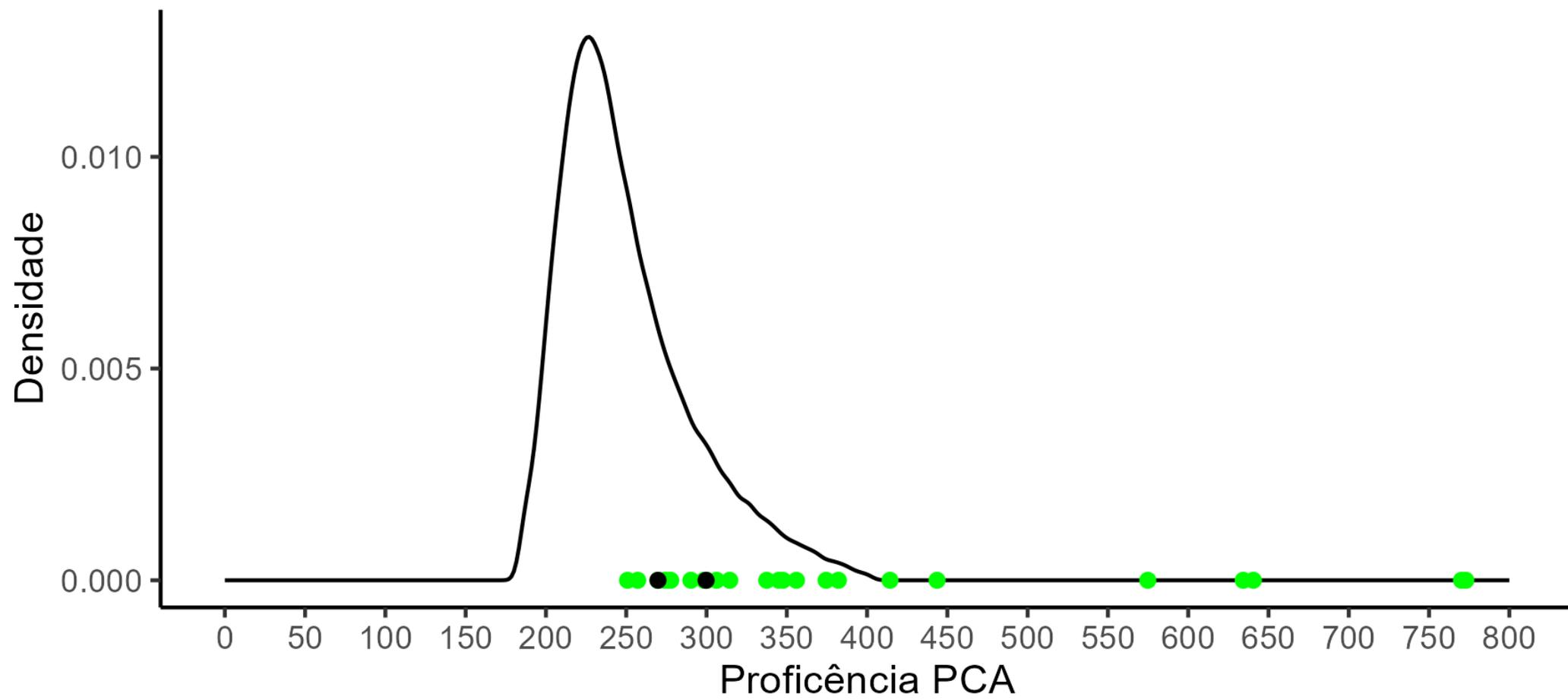
Análise pedagógica dos resultados do SISEDU 2025-1 (terceira série do EM)

Intervalos de proficiência

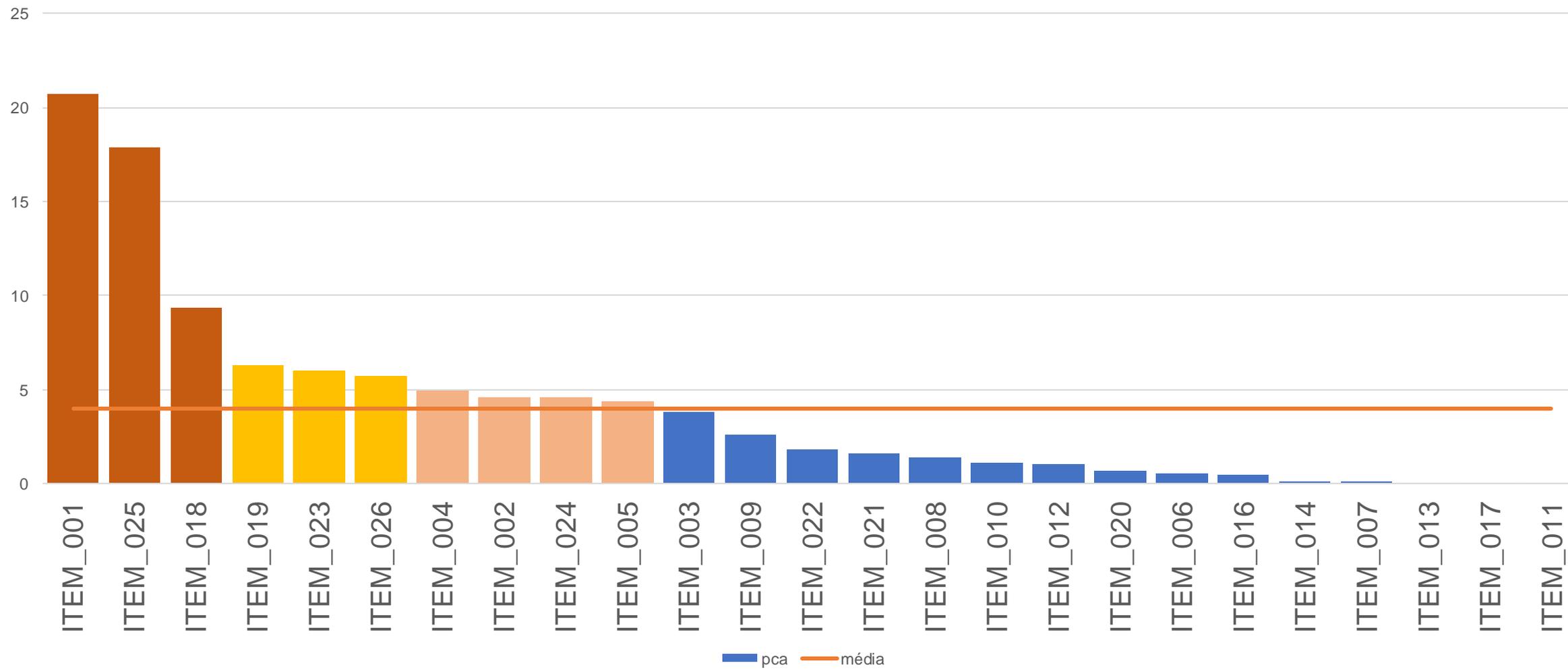


■ Min ■ 1Q ■ Mediana ■ 3Q ■ Max

Distribuição de proficiências



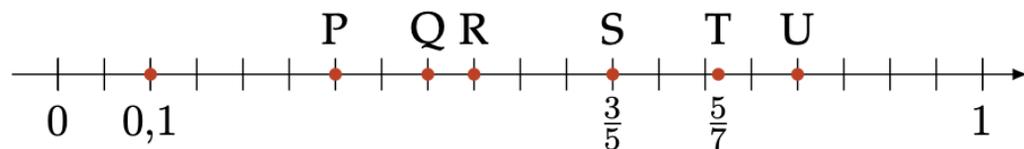
Contribuição das habilidades para o resultado geral



Análise pedagógica dos resultados

Questão 01

A reta numérica representada na seguinte figura está dividida em segmentos com medidas iguais a 0,05 da unidade de comprimento.



O número $\frac{3}{4}$ está localizado entre os pontos

- A) P e Q.
- B) Q e R.
- C) R e S.
- D) S e T.
- E) T e U.

Saberes e Habilidades

Saber S03 - Efetuar procedimentos e resolver problemas envolvendo números racionais em suas representações fracionárias e decimais.

Habilidade S03.H14 - Identificar a localização, na reta numérica, de números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais, associando pontos a números.

SAEB D14 - Identificar a localização de números reais na reta numérica.

Solução e comentários

O estudante pode efetuar a subtração recorrendo aos algoritmos usuais (com uso de reagrupamento de ordens decimais ou “compensação”, por exemplo). No entanto, é relevante instigá-lo a utilizar procedimentos alternativos, com menor custo computacional (e, possivelmente, com menos possibilidades de erros). Um procedimento válido, nesse sentido,

$$\begin{aligned}220\,022 - 202\,220 &= 220\,000 - 202\,000 - 220 + 22 \\ &= 18\,000 - 200 + 2 \\ &= 17\,800 + 2 = 17\,802.\end{aligned}$$

O uso de arredondamentos para estimar ou aproximar a diferença deve ser encorajado como uma estratégia eficaz (e que permite eliminar alternativas que não sejam plausíveis, numa demonstração do chamado *senso numérico*). Por exemplo, arredondando minuendo e subtraendo para as centenas mais próximas, temos

$$\begin{aligned}220\,022 - 202\,220 &\approx 220\,000 - 202\,200 \\ &= 18\,000 - 200 = 17\,800,\end{aligned}$$

uma boa aproximação da diferença exata.

Questão 25

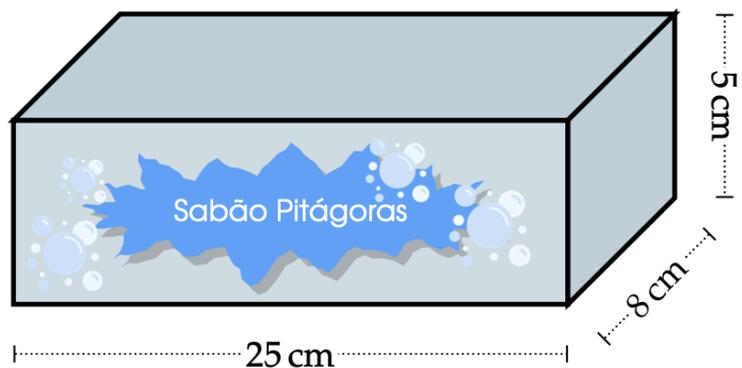
Ao efetuar um pagamento via Pix, Marcos digitou, por engano, 202 220. A quantidade correta seria duzentos e vinte mil e vinte e dois reais.

Indique a diferença entre a quantidade correta e a quantidade digitada por Marcos, em reais.

- A) 27 802
- B) 22 202
- C) 22 000
- D) 18 000
- E) 17 802

Texto referente às questões 18 a 20

A embalagem de certa marca de sabão em pó tem a forma de um paralelepípedo retângulo com 8 centímetros de largura, 5 centímetros de altura e 25 centímetros de comprimento, conforme a seguinte figura.



Saberes e Habilidades

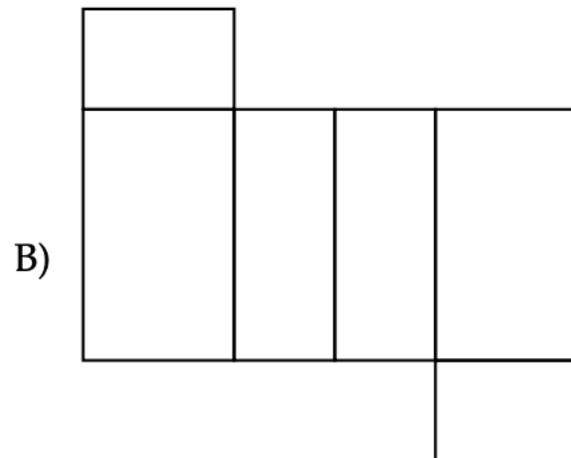
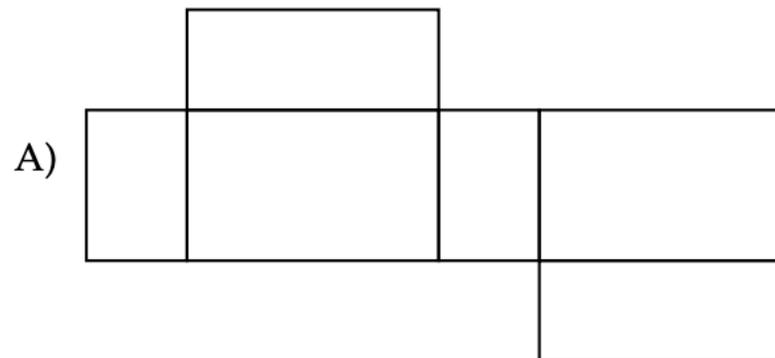
Saber S14 - Compreender os elementos, propriedades e medidas de objetos geométricos no espaço e aplicá-lo sem diversos contextos e problemas.

Habilidade S14.H23 - Associar figuras geométricas no espaço a suas planificações, perspectivas e outras representações, estabelecendo propriedades comuns e diferenças.

SAEB D3 - Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.

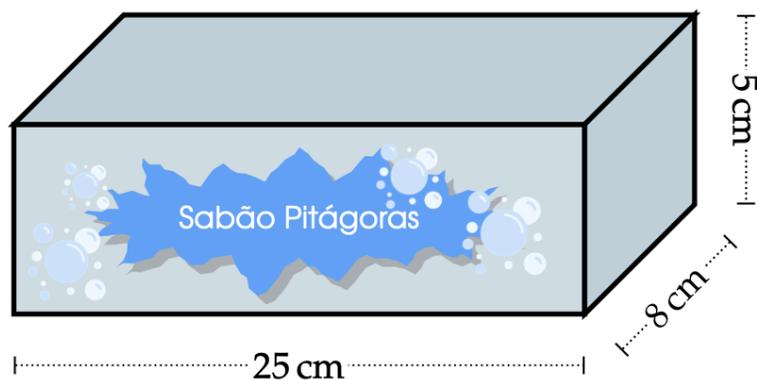
Questão 18

Qual das seguintes figuras planas melhor representa uma planificação dessa embalagem?



Texto referente às questões 18 a 20

A embalagem de certa marca de sabão em pó tem a forma de um paralelepípedo retângulo com 8 centímetros de largura, 5 centímetros de altura e 25 centímetros de comprimento, conforme a seguinte figura.



Saberes e Habilidades

Saber S14 - Compreender os elementos, propriedades e medidas de objetos geométricos no espaço e aplicá-lo sem diversos contextos e problemas.

Habilidade S14.H50 - Utilizar, de modo correto, fluente e justificado, expressões da área superficial de figuras geométricas espaciais.

SAEB D13 - Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Questão 19

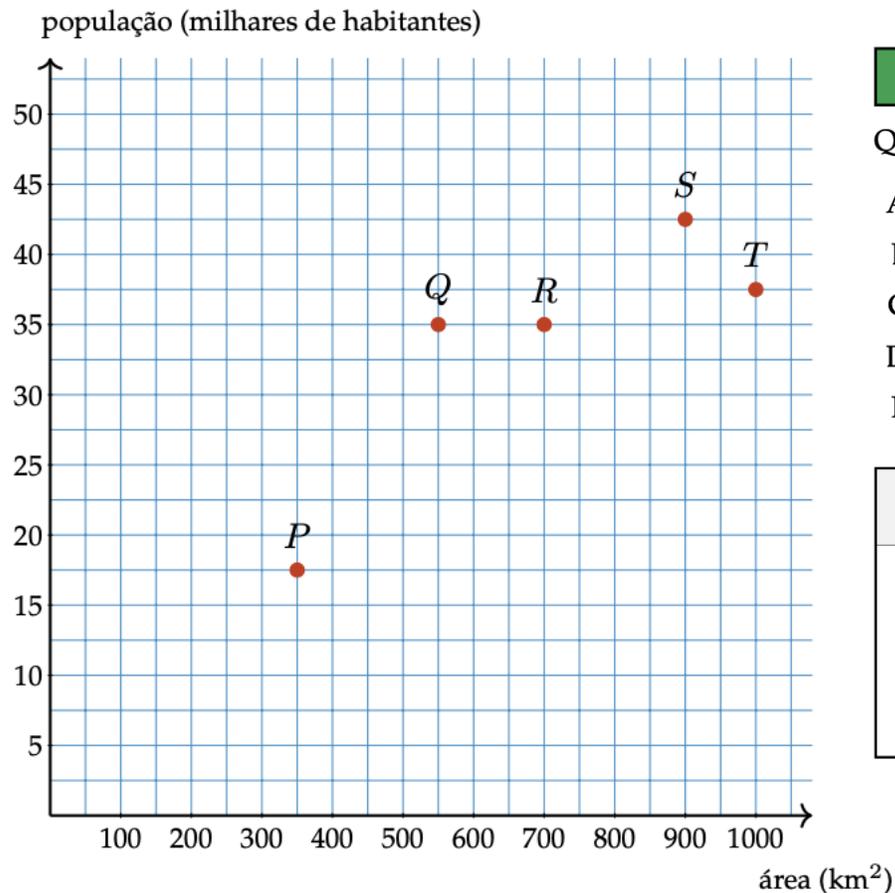
A área total da superfície externa da embalagem é fundamental para calcular a quantidade de material necessário para sua fabricação.

Qual é a medida, em centímetros quadrados, da área total considerando todas as faces dessa caixa?

- A) 228
- B) 365
- C) 400
- D) 480
- E) 730

Texto referente às questões 02 a 04

No plano cartesiano na seguinte figura, as coordenadas dos pontos P , Q , R , S e T nos eixos horizontal e vertical correspondem, respectivamente, às áreas territoriais (em quilômetros quadrados) e às populações (em milhares de habitantes) de cinco municípios brasileiros, em valores aproximados.



Questão 02

Quais as coordenadas do ponto P ?

- A) (17,5; 350)
- B) (300; 15)
- C) (301; 16)
- D) (350; 17,5)
- E) (400; 20)

Saberes e Habilidades

Saber S06 - Modelar e resolver problemas envolvendo relações lineares entre variáveis.

Habilidade S06.H6 - Compreender e utilizar as noções de coordenadas cartesianas e coordenadas polares no plano cartesiano.

A densidade demográfica, em cada município, é a razão entre o número de habitantes e sua área territorial, ou seja, o número médio de habitantes por quilômetro quadrado naquele município.

Questão 03

Qual a densidade demográfica do município R ?

- A) 0,02 habitantes por quilômetro quadrado.
- B) 0,05 habitantes por quilômetro quadrado.
- C) 20 habitantes por quilômetro quadrado.
- D) 35 habitantes por quilômetro quadrado.
- E) 50 habitantes por quilômetro quadrado.

Saberes e Habilidades

Saber S09 - Efetuar operações aritméticas, expressar medidas, representar informações e resolver problemas, utilizando números reais.

Habilidade S09.H32 - Modelar e resolver problemas, motivado por diversos contextos e aplicações, utilizando unidades de medida para grandezas relativas (velocidades, densidades, fluxos, vazões, entre outras).

Questão 04

Qual dos municípios tem a maior densidade demográfica, isto é, o maior número de habitantes por quilômetro quadrado em sua área?

- A) P
- B) Q
- C) R
- D) S
- E) T

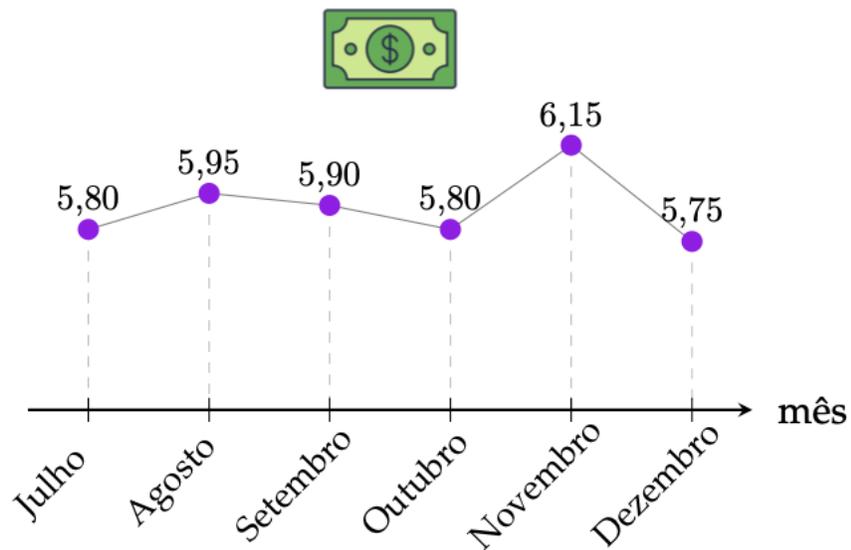
Saberes e Habilidades

Saber S06 - Modelar e resolver problemas envolvendo relações lineares entre variáveis.

Habilidade S06.H9 - Associar relações de proporcionalidade entre grandezas ao alinhamento de pontos no plano, em particular identificando razões

Texto referente às questões 21 a 23

O seguinte gráfico representa o preço médio mensal do dólar, em reais, durante um dado semestre.



Questão 23

Gustavo comprou 100 dólares em setembro e os vendeu em dezembro. Nas duas ocasiões, usou reais e considerou os preços do dólar, em reais, informados no gráfico.

Sendo assim, é correto afirmar que Gustavo

- A) ganhou 20% em reais, aproximadamente.
- B) ganhou 15% em reais, aproximadamente.
- C) ganhou 3,4% em reais, aproximadamente.
- D) perdeu 2,5% em reais, aproximadamente.
- E) perdeu 40% em reais, aproximadamente.

Saberes e Habilidades

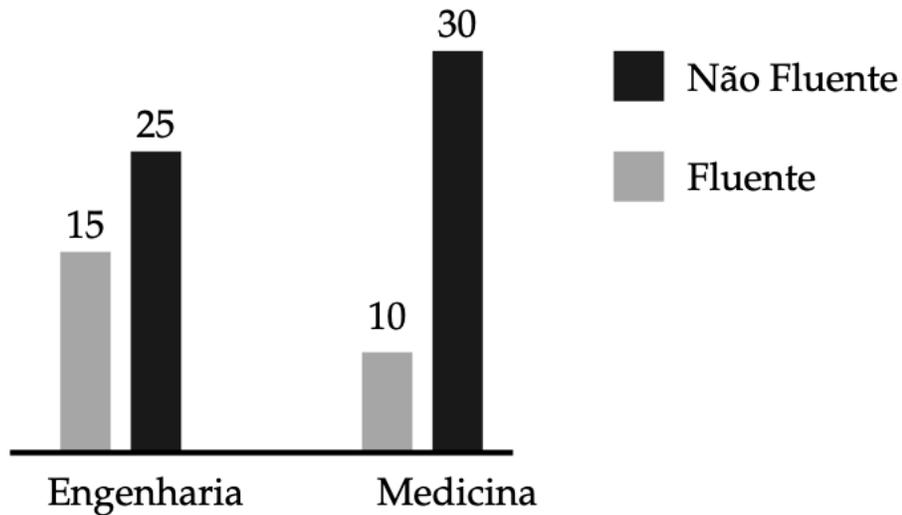
Saber S04 - Compreender e aplicar relações de proporcionalidade entre grandezas numéricas.

Habilidade S04.H12 - Resolver problemas que envolvam porcentagens ou taxas de variação percentuais, motivados por diferentes contextos e aplicações.

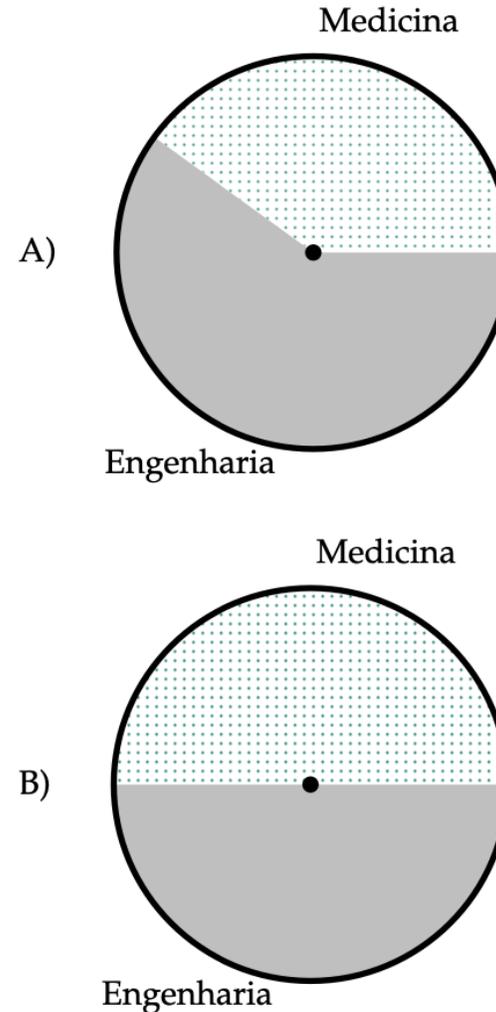
SAEB D16 - Resolver problema que envolva porcentagem.

Questão 24

O gráfico abaixo mostra a distribuição dos estudantes do primeiro ano dos cursos de Engenharia e Medicina de uma faculdade em relação à fluência em Língua Inglesa.



Assinale a alternativa com o gráfico de setores que melhor representa as proporções de estudantes de Medicina e de Engenharia no total de estudantes fluentes em Língua Inglesa.



Saberes e Habilidades

Saber S15 - Utilizar conceitos, métodos e ferramentas estatísticas na análise de dados e validação de inferências.

Habilidade S15.H11 - Representar, utilizando diversas ferramentas de representação e visualização (fluxogramas, gráficos de barras, gráficos de colunas, gráficos de linhas, gráficos de setores, box-plots, gráficos de radar, histogramas, entre outros), os dados expostos em textos, relatórios, boletins ou outros conjuntos de informações.

SAEB D35 - Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

Questão 26

Na seguinte tabela, estão representados os dados de uma pesquisa sobre a frequência com que adolescentes nos Estados Unidos jogam videogames. Os dados estão agrupados por gênero.

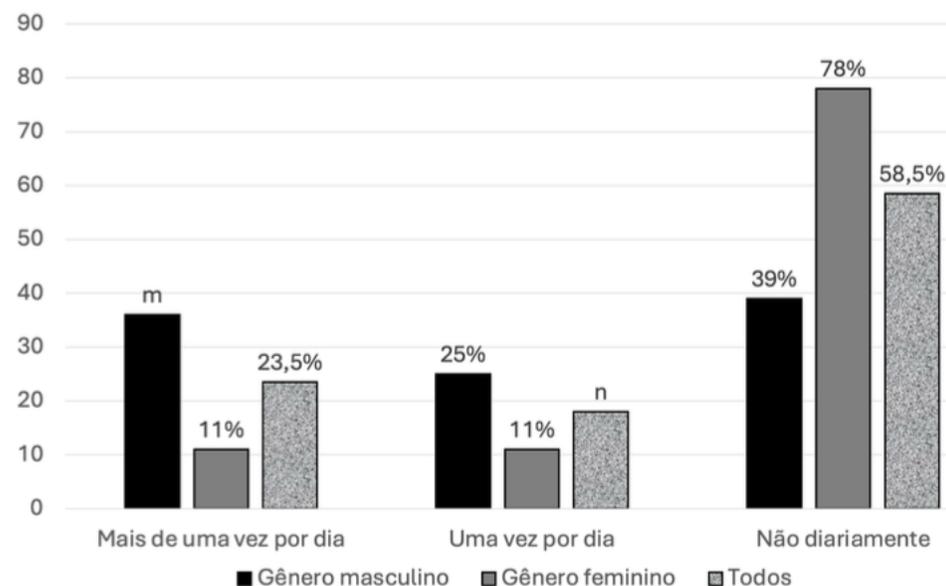
	Gênero masculino	Gênero feminino
Jogam várias vezes por dia	36%	11%
Jogam uma vez por dia	25%	11%
Não jogam todos os dias	39%	78%

Fonte: Pew Research Center. Disponível em <https://www.pewresearch.org/internet/2024/05/09/teens-and-video-games-today/>

[//www.pewresearch.org/internet/2024/05/09/teens-and-video-games-today/](https://www.pewresearch.org/internet/2024/05/09/teens-and-video-games-today/)

Na pesquisa, foram considerados números iguais de adolescentes do gênero masculino e de adolescente do gênero feminino.

A respeito dessa pesquisa, observe o seguinte gráfico de colunas.

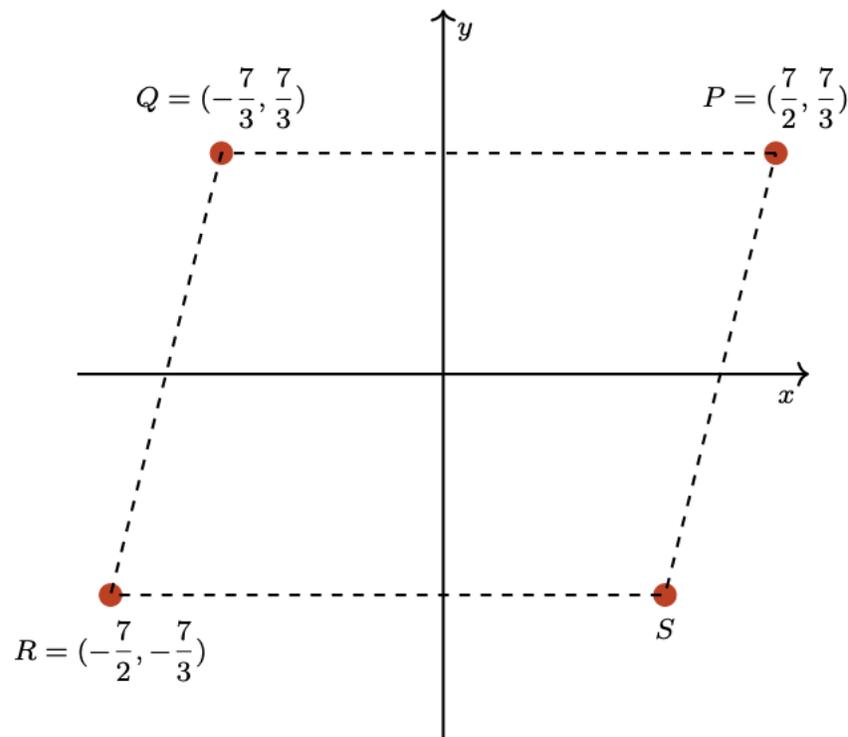


Para que esse gráfico represente os dados expostos na tabela, os números m e n devem ser, respectivamente iguais a

- A) $m = 39%$ e $n = 18%$.
- B) $m = 36%$ e $n = 22%$.

Texto referente às questões 05 a 07

No plano cartesiano representado na seguinte figura, os pontos P , Q , R e S são os vértices de um paralelogramo.



De acordo com a figura, as coordenadas dos pontos P , Q e R são $(\frac{7}{2}, \frac{7}{3})$, $(-\frac{7}{3}, \frac{7}{3})$ e $(-\frac{7}{2}, -\frac{7}{3})$, respectivamente.

Questão 05

Quais as coordenadas do ponto S ?

- A) $(-\frac{7}{2}, \frac{7}{3})$
- B) $(-\frac{7}{3}, \frac{7}{3})$
- C) $(\frac{7}{2}, -\frac{7}{3})$
- D) $(\frac{7}{3}, -\frac{7}{3})$
- E) $(\frac{7}{3}, \frac{7}{3})$

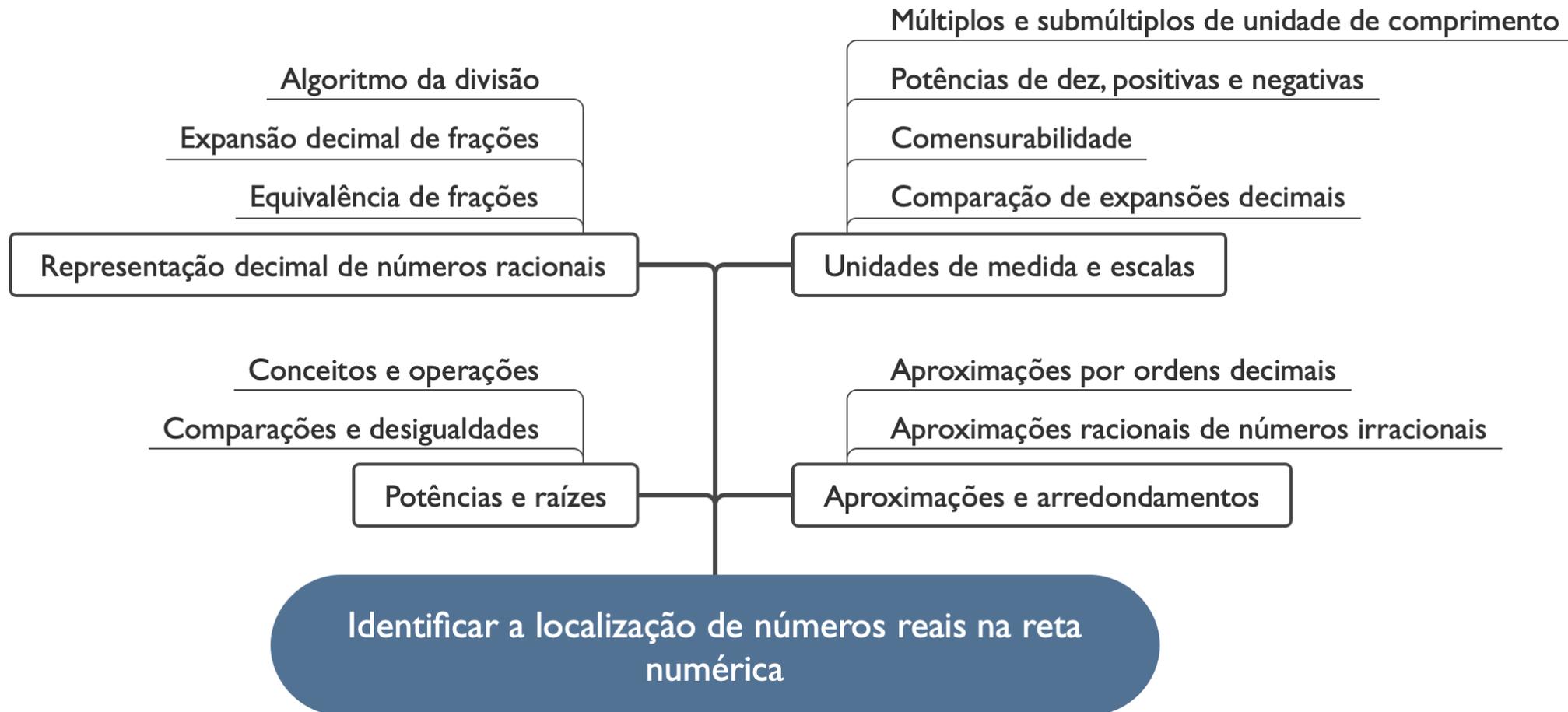
Saberes e Habilidades

Saber S06 - Modelar e resolver problemas envolvendo relações lineares entre variáveis.

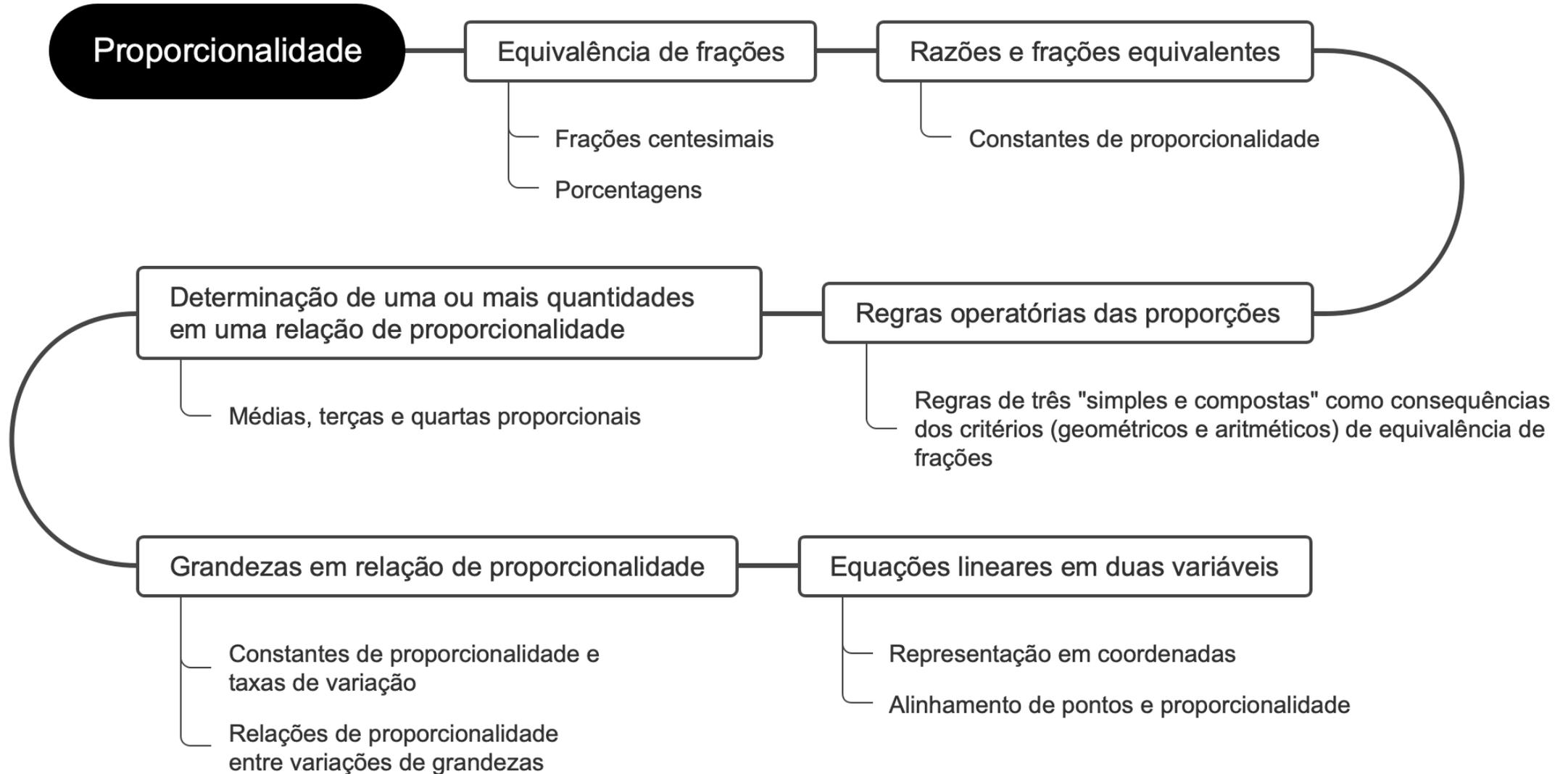
Habilidade S06.H7 - Localizar pontos na reta numérica e no plano cartesiano, associando-os a coordenadas (cartesianas ou polares).

SAEB D6 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.

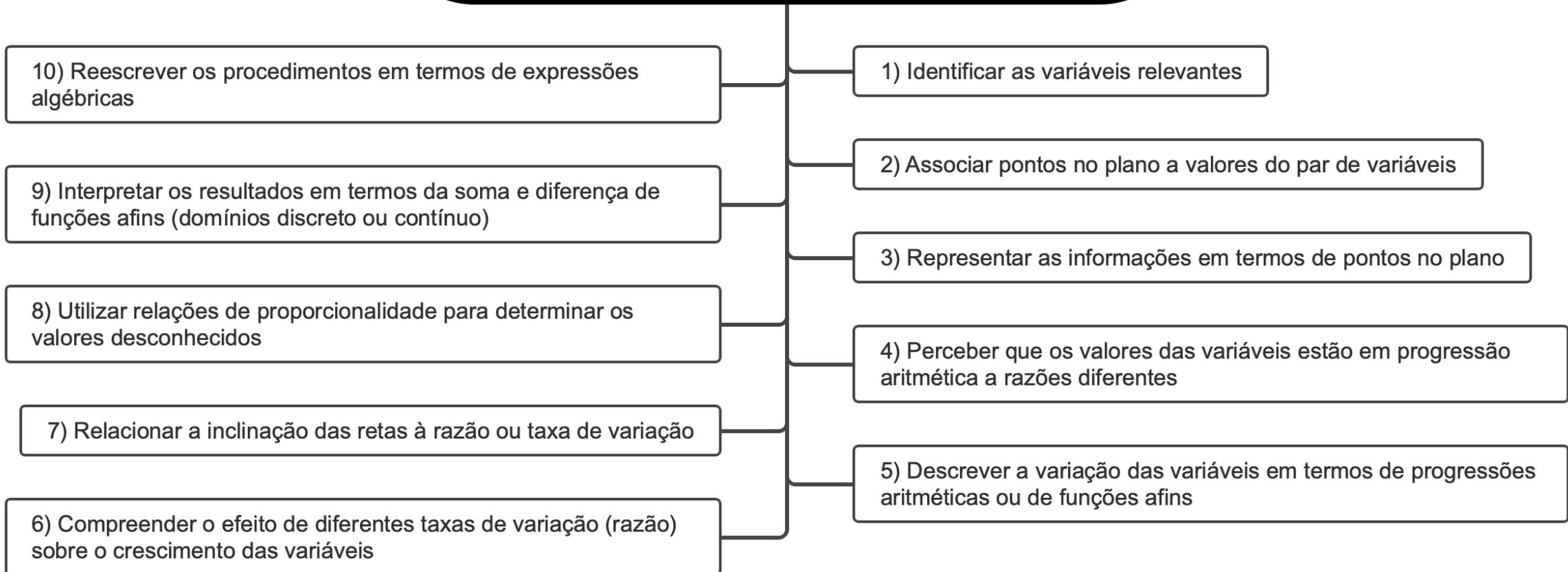
Percursos formativos: conhecimentos basilares para uma dada habilidade



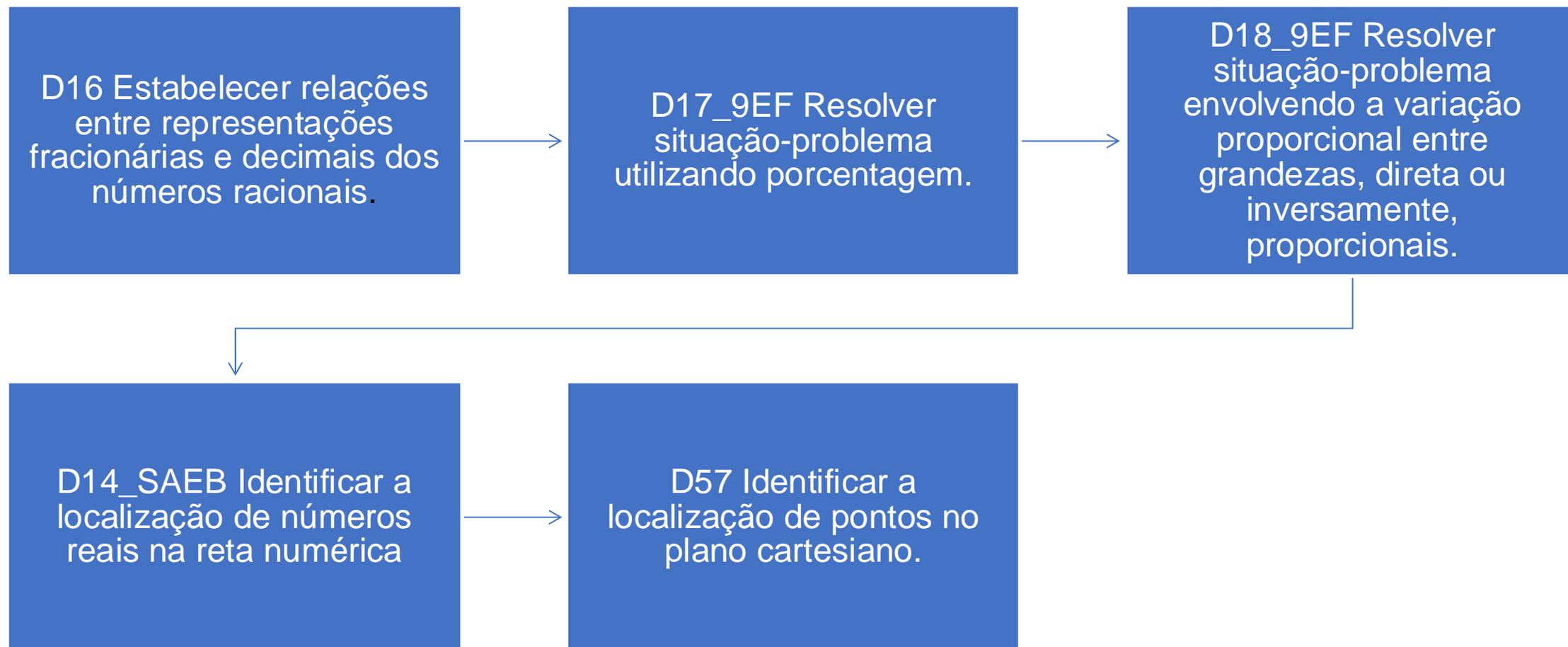
Percursos formativos: progressão de aprendizagem



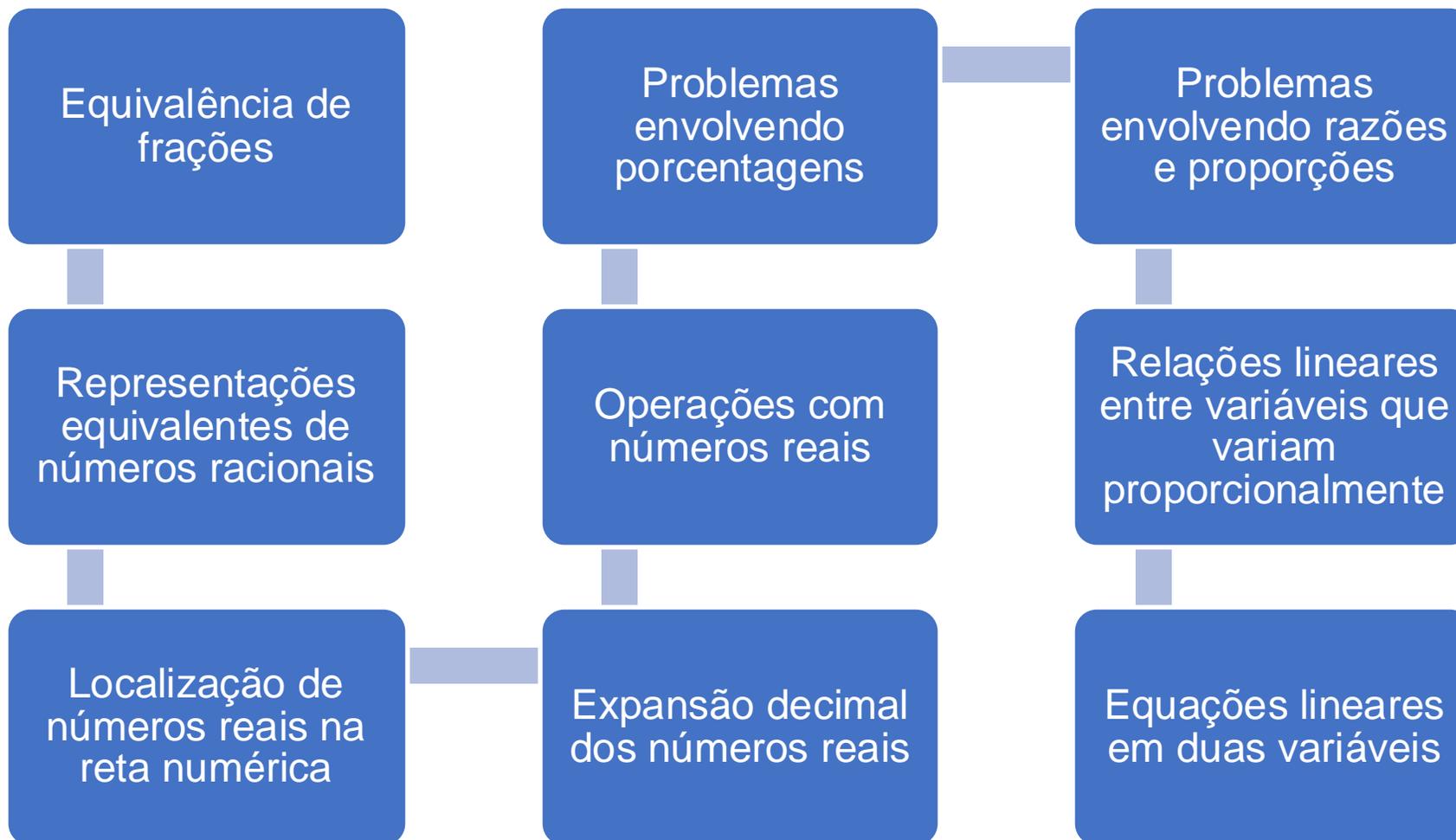
EM13MAT507. Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.



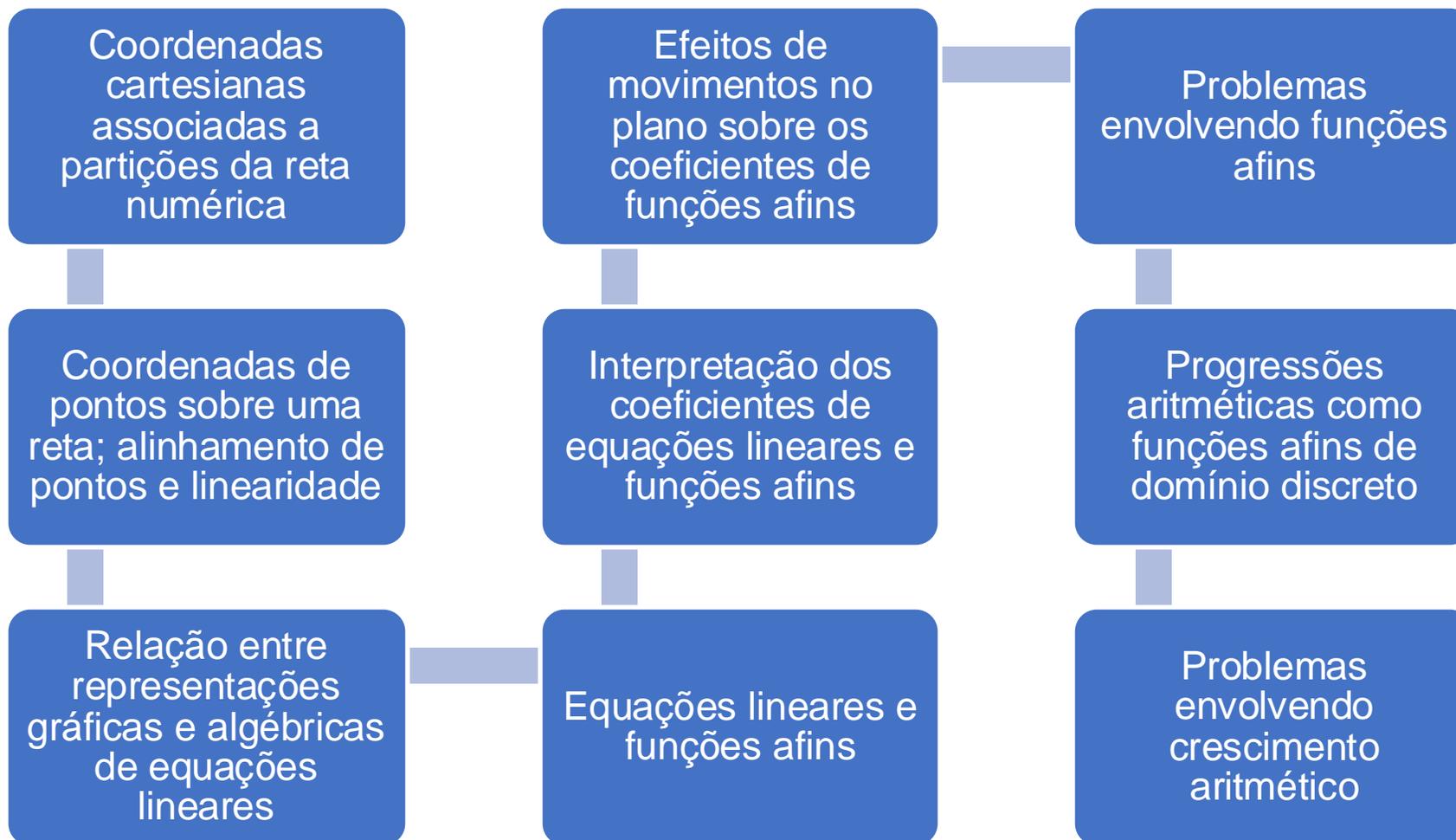
Percursos formativos: da aritmética à álgebra

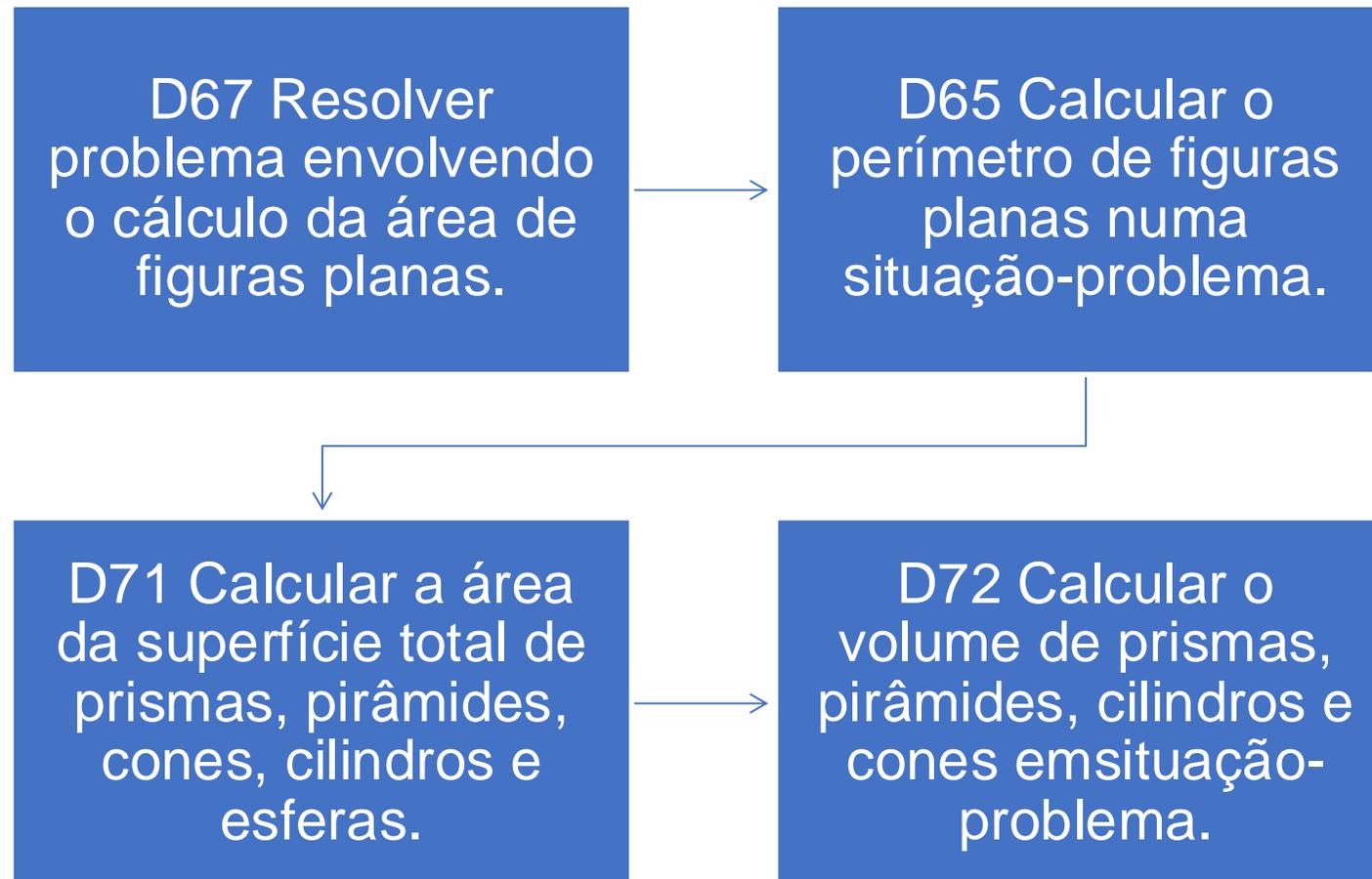


Percursos formativos: detalhamento



Percursos formativos: detalhamento

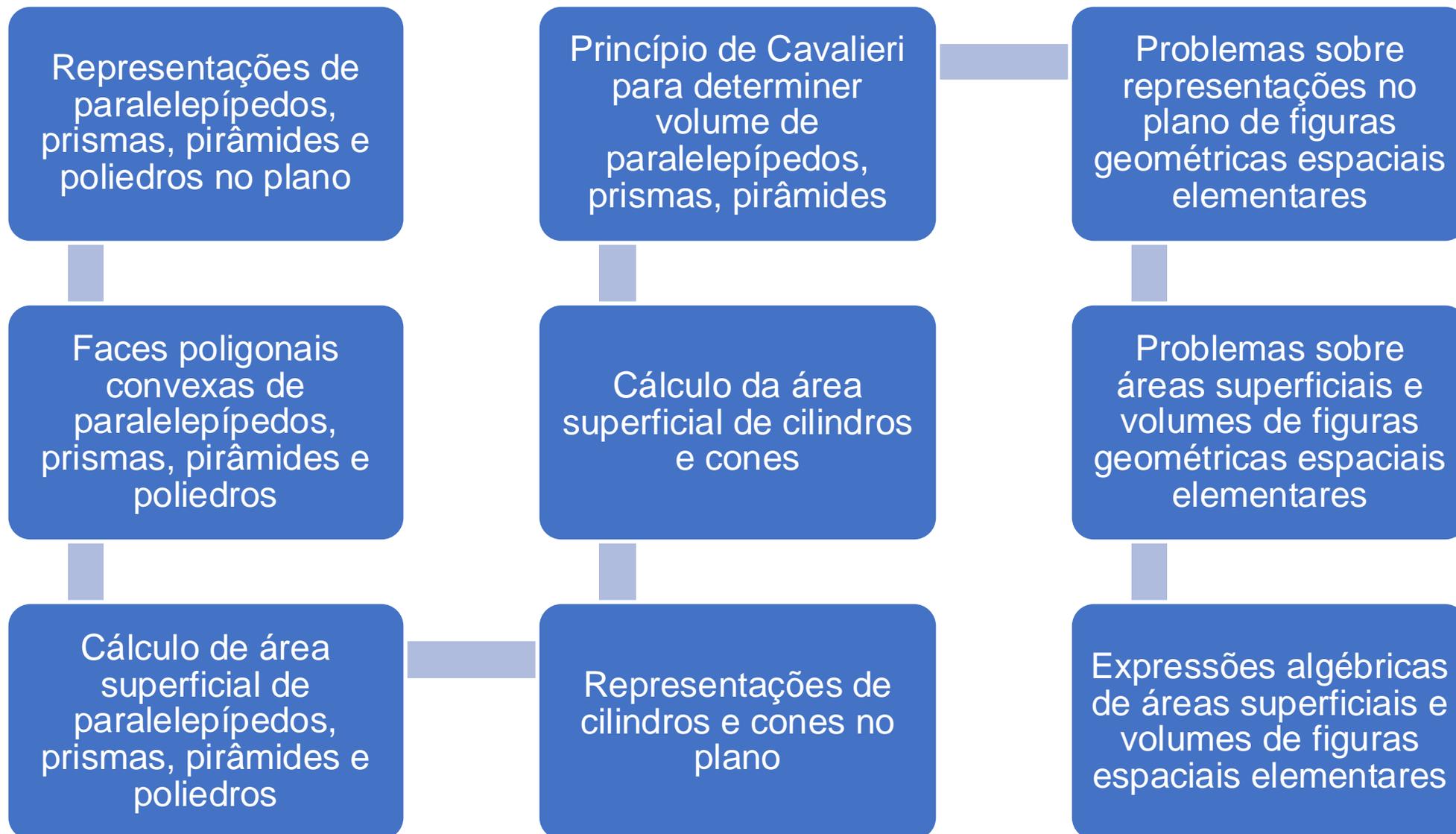




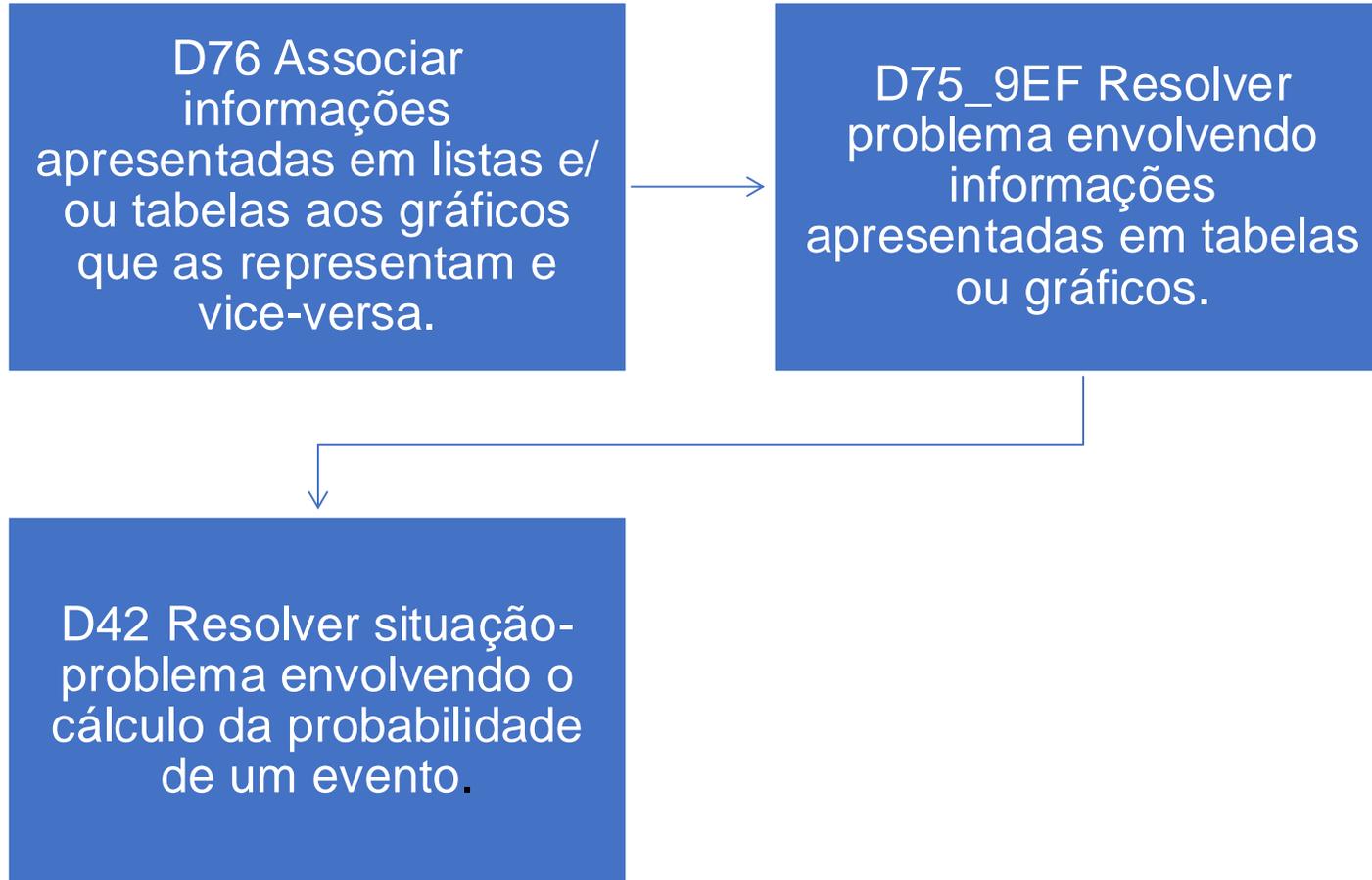
Percursos formativos: detalhamento



Percursos formativos: detalhamento



Percursos formativos: probabilidade e dados



Atividade sobre percursos formativos



A respeito das questões 02 a 04, discutamos sobre as seguintes questões:

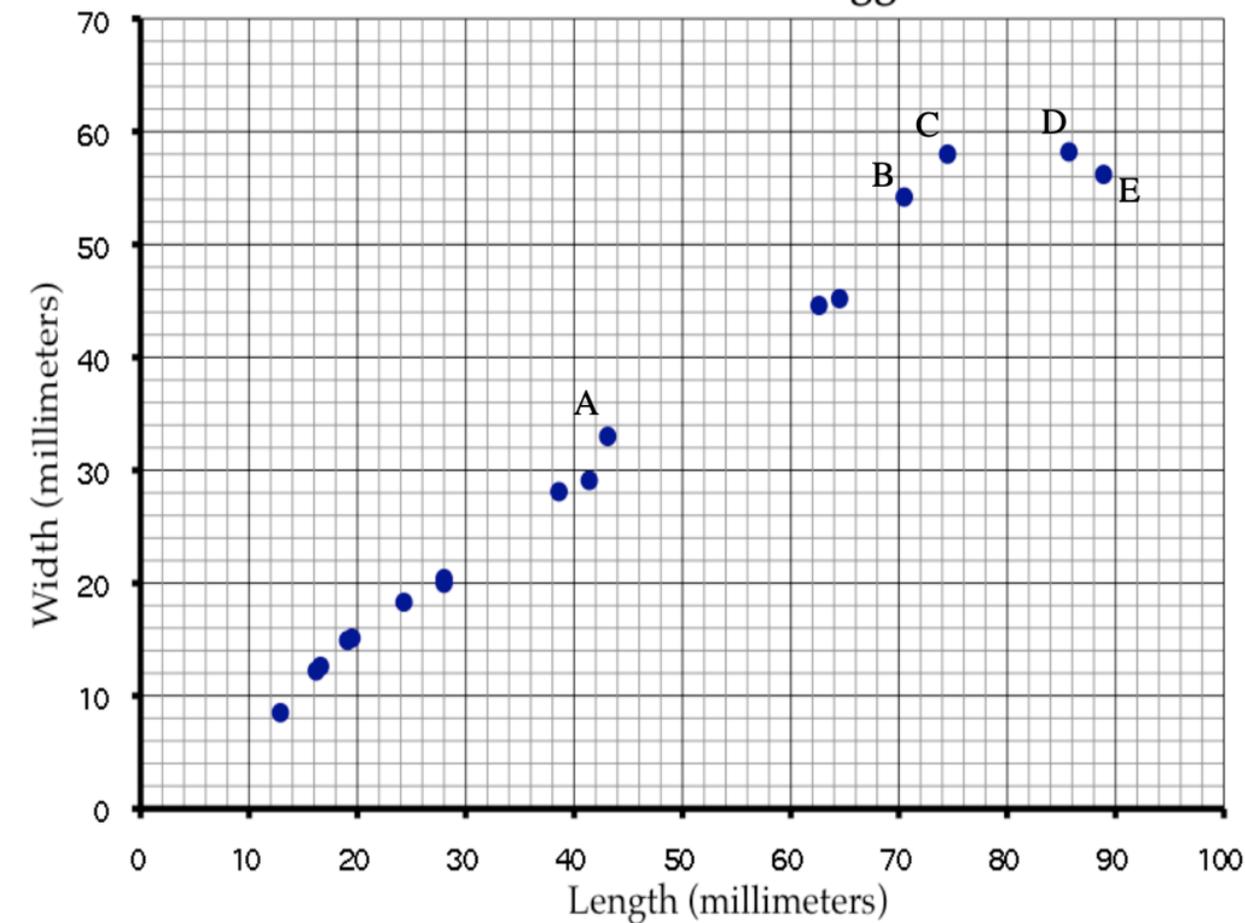
- Os estudantes compreendem adequadamente o contexto? Identificam e representam adequadamente as informações sobre as variáveis relevantes?
- Rememoram e compreendem conceitos e procedimentos associados ao contexto e às questões?
- Formulam a ideia de comparação em termos de quocientes ou razões? Distinguem entre variações absolutas (diferenças) e relativas (razões)?
- Conseguem associar coordenadas a pontos com fluência?
- Intuem a noção de constante de proporcionalidade e sua relação com inclinação de retas?
- Experimentam dificuldades nos cálculos aritméticos envolvendo razões e suas comparações? Escrevem-nas usando frações e números decimais
- Representam as razões população/área graficamente?
- Modelam o problema em termos de procedimentos aritméticos ou utilizam raciocínio lógico e geométrico diretamente?

Exemplo de atividade

Ovos das aves (item liberado do MARS)

O seguinte diagrama de dispersão mostra os comprimentos e larguras dos ovos de algumas aves americanas.

Sizes of birds' eggs



Legenda

- Sizes of birds' eggs: tamanho dos ovos das aves
 - Width (millimeters): largura (milímetros)
 - Length (millimeters): comprimento (milímetros)

Percurso formativo



Número	Questões componentes da tarefa	Metas de aprendizagem
1	O que significam “comprimento” e “largura” em um retângulo? O que significam em um formato oval?	Definir as medidas associadas a elementos lineares em uma figura geométrica.
2	O que representam os pontos destacados no plano? E as linhas paralelas traçadas no plano, para que servem?	Estabelecer correspondência entre pontos no plano e coordenadas, uma vez fixados eixos e unidades de medida.
3	Quais são as medidas de comprimento e largura dos ovos das espécies de aves A, B, C, D, E? Use valores aproximados.	Determinar valores de coordenadas associadas a pontos (e vice-versa) interpretando seus significados em diferentes contextos
4	Você poderia determinar as coordenadas de outros pontos além desses?	Idem
5	Dê alguns exemplos de ovos com comprimento 10 e 30 milímetros. Escreva os valores em uma tabela juntamente com suas respectivas larguras.	Representar dados extraídos do gráfico no plano cartesiano em termos de tabelas. Observar que esses dados são valores correspondentes de duas variáveis.

Percursos formativos



Número	Questões componentes da tarefa	Metas de aprendizagem
6	As medidas dos ovos A, B e C são, aproximadamente, (44, 32), (70, 66) e (74, 68). Concordam? O que ocorreria se escrevêssemos as coordenadas de A como (32, 44)?	Retomar conhecimentos sobre correspondências entre coordenadas e pontos.
7	Os pontos A, B e C estão praticamente alinhados no plano. O que isso significa?	Compreender que o alinhamento entre pontos no plano equivale a uma relação de proporcionalidade entre as variações correspondentes de suas coordenadas
8	Calcule o aumento do comprimento dos ovos de A para B e, depois de A para C. Faça o mesmo para o aumento da largura.	Calcular variações de valores de variáveis (em particular, realizar operações de adição/subtração entre números racionais)
9	Esses aumentos são proporcionais? O que significaria esse termo? Tem algo a ver com o alinhamento dos pontos?	Idem a 7
10	Calcule a razão entre os aumentos das larguras e o aumento dos comprimentos de A para B e de A para C. O que você observa?	Calcular taxas de variação de valores de variáveis (em particular, realizar operações de multiplicação/divisão entre números racionais)

Percurso formativo



Número	Questões componentes da tarefa	Metas de aprendizagem
8	Se fizéssemos o mesmo de A para B e, depois, de A para D, teríamos o mesmo padrão? Justifique.	Idem a 7
9	Todos os tipos de ovos com comprimento menor que 80 mm e largura menor que 60 mm estão alinhados. O que podemos deduzir da razão entre os aumentos de largura e os respectivos aumentos de comprimento de um para outro?	Estabelecer inferências a respeito da relação entre (variações de) variáveis em termos de relações de proporcionalidade ou, equivalentemente, de uma equação linear nessas variáveis Compreender que essa relação é representada geometricamente pelo alinhamento de pontos no plano.
10	Dado um ovo com comprimento 50 mm, que valor seria esperado para sua largura?	Utilizar a relação de proporcionalidade para interpolar/predizer (em particular, determinar termos desconhecidos em uma tal relação compreendendo os procedimentos para tanto).
11	Dado um ovo com largura 30 mm, que valor seria esperado para seu comprimento?	Idem (atentando para a formulação correta em termos de numeradores e denominadores na equivalência de frações).

Questões da tarefa original

- i. O que o gráfico mostra sobre a relação entre o comprimento dos ovos das aves e a sua largura?
- ii. Descreva as diferenças na forma dos dois ovos C e D.
- iii. Qual dos ovos A, B, C, D e E tem a maior razão entre comprimento e largura? Explique como você chegou à sua resposta.

Questões adicionais sobre grandezas e medidas



- Converter as medidas para centímetros (explorar conversões entre unidades de medida e seus submúltiplos observando fluência no uso da expansão decimal das medidas).
- Discutir como seriam as medidas de volume dos ovos: como estimá-las, partindo do que conhecemos sobre a medida de um paralelepípedo com base quadrada, por exemplo.

Desempenho esperado na tarefa

Desempenho suficiente

Os estudantes compreendem e utilizam adequadamente as coordenadas cartesianas: associam pontos a coordenadas; expressam essas coordenadas, exatas ou aproximadas, em suas expansões decimais; compararm valores dessas coordenadas, ordenando, nos eixos, as projeções ortogonais dos pontos; determinam as posições relativas de dois pontos comparando suas coordenadas.

Os estudantes compreendem quando utilizar adições/subtrações ou multiplicações/divisões na modelagem matemática das questões; efetuam (e justificam) corretamente esses procedimentos, eventualmente usando aproximações; estabelecem conclusões a partir do resultados de seus cálculos, interpretando-os em termos das perguntas propostas.

Os estudantes reconhecem e descrevem, aritmética e algebricamente, as relações de proporcionalidade entre as variações das variáveis relevantes na tarefa; utilizam essas relações para determinar valores desconhecidos de uma das variáveis; compreendem que essas relações podem ser representadas graficamente pelo alinhamento de pontos cujas coordenadas variam segundo essa relação.

Os estudantes descrevem a relação entre as variações das variáveis em termos de uma equação linear nessas variáveis; compreendem que as soluções dessa equação correspondem a coordenadas de pontos alinhados no plano.

Perguntas acerca de conhecimento pedagógico de conteúdo matemático



- Como você descreveria padrões de desempenho insuficiente/parcialmente suficiente?
- Que exemplos de respostas você associaria a esses padrões?
- Que recomendações você daria a estudantes cujas respostas pertencem a um dado padrão de desempenho?
- Que redefinições você faria no planejamento didático tendo em conta os padrões observados?
- Que explicações/atividades/exemplos e práticas você utilizaria na continuação da sequência?

Muito obrigado!